



Plagiarism Checker X Originality Report

Similarity Found: 3%

Date: Saturday, August 17, 2019

Statistics: 65 words Plagiarized / 1981 Total words

Remarks: Low Plagiarism Detected - Your Document needs Optional Improvement.

Perbandingan Metode Halley dan Olver dalam Penentuan Akar-akar Penyelesaian Polinomial Wilkinson Randhi Nanang Darmawan¹, Auda Nuril Zazilah² 1,2 Politeknik Negeri Banyuwangi, Indonesia 1randhi@poliwangi.ac.id <mailto:1randhi@poliwangi.ac.id>, 2audanuril@poliwangi.ac.id <mailto:2audanuril@poliwangi.ac.id> INFO ARTIKEL ABSTRAK Riwayat Artikel: Diterima: 25-07-2019 Disetujui: 01-10-2019 Abstrak: Root finding adalah salah satu topik dalam metode numerik dalam menentukan akar suatu persamaan, biasanya persamaan tersebut dalam bentuk rumit dan sulit diselesaikan secara analitik.

Dalam artikel ini suatu polinomial berderajat tinggi yaitu polinomial Wilkinson akan digunakan untuk menguji perbandingan akurasi metode Halley dan Olver, yang mana metode tersebut jarang digunakan karena kalah populer dengan metode Newton-Raphson, akan tetapi kedua metode tersebut memiliki kinerja yang cukup bagus dan lebih cepat konvergen dengan iterasi lebih sedikit.

Berdasarkan hasil simulasi metode Halley pada iterasi ke-4 mendapatkan persentase galat 0,0029%, Metode Olver pada iterasi ke-5 mendapatkan persentase galat 0,0004% sedangkan metode Newton-Raphson membutuhkan iterasi ke-7 untuk mendapatkan persentase galat 0,0098%. Abstract: Root finding is one of the topics in numerical methods for determining roots of an equation, usually that equation in the form of complicated and it will be difficult to be solved analytically.

In this paper, high order polynomial like Polynomial Wilkinson will be used to test comparison the accuracy on Halley and Olver methods, which is those methods are rarely used for losing popular than Newton-Raphson method, but both methods had powerful performance and faster converging with less iteration. Based on the simulation,

Halley method on 4th iteration got percentage error 0,0029%, Olver method on 5th iteration got percentage error 0,0004%, while Newton-Raphson method are need 7th iteration got percentage error 0,0098%. Kata Kunci: Metode Halley; Metode Olver; Metode Newton-Raphson; Polinomial Wilkinson; Root Finding.

----- u ----- A. LATAR BELAKANG Sepintas yang terpikir dalam benak setiap pembaca terkait penentuan akar-akar suatu persamaan adalah metode grafik, pemfaktoran, melengkapi kuadrat sempurna dan jika metode-metode tersebut tidak dapat digunakan maka menggunakan rumus Al-Kharizmi atau lebih dikenal dengan rumus ABC.

Lebih jelas lihat (Putri, Syamsudhuha, & Hasbiyati, 2016), (Gani, 2014). Penyelesaian dengan metode-metode tersebut masih dalam lingkup yang kecil dan persamaan-persamaan yang digunakan hanya persamaan kuadrat (polinom derajat 2), jika melibatkan polinom berderajat yang lebih tinggi maka metode horner yang akan digunakan sebagaimana dijelaskan dan dipelajari dalam Sekolah Menengah Atas (SMA).

Seiring perkembangan teknologi saat ini, penentuan akar-akar penyelesaian (root finding) lebih melibatkan persamaan/model matematika yang rumit, dan melibatkan polinom dengan derajat yang tinggi dan bahkan dalam bentuk tidak wajar dan sulit untuk ditentukan akar/solusi sejatinya (eksak). Sehingga pada kasus seperti ini metode numerik bekerja untuk menghampiri akar/solusi sejati dari persamaan/model matematika yang rumit tersebut (Darmawan, 2016).

Salah satu metode numerik yang populer dan powerful dalam menentukan akar-akar penyelesaian adalah metode Newton-Raphson (NR), metode NR banyak diterapkan dalam beberapa disiplin ilmu seperti bidang estimasi, informatika dan elektronika. Konsep metode NR adalah dengan menggunakan turunan untuk mempercepat kekonvergenan, akan tetapi metode NR bisa juga mengalami divergen (menjauhi akar).

Sedangkan metode Halley dan Olver diklaim memiliki tingkat kekonvergenan lebih cepat dari metode NR (Malek, 2010), dan sama-sama menerapkan konsep turunan pada proses perhitungan iterasinya. Akan tetapi kedua metode melalui proses perhitungan yang rumit dan panjang jika dibanding dengan metode NR. Oleh karena itu metode numerik tidak bisa lepas dari peranan komputasi dalam melakukan perhitungan iterasi yang rumit dan panjang terutama dalam penentuan akar-akar polinomial. Lebih jelas lihat (Stor & Slapnicar, 2017), (Le Thi, Ouanes, & Zidna, 2014).

Pada artikel ini akan dikaji kinerja dari kedua metode dengan acuan pada metode NR, yang dicobakan untuk menentukan salah satu akar penyelesaian polinom derajat tinggi

yaitu polinomial Wilkinson (polinom derajat 20). Masing-masing metode akan dibandingkan berdasarkan kecepatan iterasi untuk mencapai kekonvergenan dengan melihat persentase galat terkecil, dengan demikian akan terlihat metode mana yang terbaik dalam menyelesaikan permasalahan root finding dalam kasus polinomial derajat tinggi.

Lebih jelas lihat (Winkler, Lao, & Hasan, 2012). B. TINJAUAN PUSTAKA 1. Metode Newton-Raphson (NR) Metode Newton-Raphson (NR) diturunkan dari deret Taylor untuk menentukan turunan suatu fungsi di titik, (1) Persamaan 1 dapat dituliskan untuk perhitungan iteratif menjadi Persamaan 2, (2) Persamaan 2 lebih populer disebut metode Newton-Raphson (NR) (Chapra & Canale, 2015), (Amat, Ezquerro, & Hernandez-Veron, 2015). 2.

Metode Halley Metode Halley adalah salah satu algoritma pencarian akar untuk menyelesaikan persamaan nonlinear, namanya diambil dari astronom Edmund Halley (1656-1742). Tidak seperti metode NR, yang mana biasanya memiliki tingkat kekonvergenan kuadratik, untuk beberapa kasus metode Halley dapat mencapai tingkat kekonvergenan kubik (Plate, Papadopoulos, & Müller, 2010).

Formula iteratif metode Halley didapatkan dari penurunan deret Taylor orde-2, dengan sedikit manipulasi aljabar dan substitusi metode NR pada persamaan 2, maka didapatkan persamaan 3: (3) Pada metode Halley tersebut melibatkan turunan kedua fungsi, berbeda dengan metode NR yang hanya melibatkan turunan pertama fungsi. 3. Metode Olver Metode Olver mirip dengan metode Halley tingkat kekonvergenannya kubik dan lebih cepat dari metode NR yang tingkat kekonvergenannya kuadratik, Persamaan 4 merupakan formula iteratif dari metode Olver : (4) (Malek, 2010).

Sekilas metode Olver mirip dengan metode Halley akan tetapi metode ini melibatkan perhitungan sedikit lebih rumit karena terdapat pembagi berpangkat tiga yaitu . 4. Polinomial Wilkinson Polinomial Wilkinson adalah suatu polinomial derajat tinggi yang namanya diambil dari nama ahli matematika bidang analisis numerik James H.

Wilkinson (1919-1986), yang didefinisikan dengan: = = = = = (5) Persamaan 5 dengan nilai adalah kondisi khusus yang biasa disebut polinomial Wilkinson yang dapat diekspansi menjadi: (6) (McKee, 2012) Gambar 1. Grafik Polinomial Wilkinson C. METODE PENELITIAN Jenis penelitian ini adalah comparative research yaitu penelitian bersifat membandingkan antara metode yang satu dengan metode yang lain untuk mengetahui metode mana yang menghasilkan hasil penelitian yang lebih baik berdasarkan kriteria-kriteria yang telah ditentukan.

Data yang digunakan untuk bahan uji adalah polinomial Wilkinson () dengan titik akar yang dicari adalah satu titik dengan nilai awal . Dengan menggunakan bantuan software Maple 15, adapun langkah-langkah penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut: 1. Studi literatur dari buku dan jurnal online terkait metode NR, Halley, Olver dan juga polinomial Wilkinson. 2.

Mendefinisikan polinomial Wilkinson dengan perintah: `product(W(x),i=1..20)`; kemudian `expand(product(W(x),i=1..20))`; sehingga didapatkan polinomial Wilkinson yang siap ditentukan akar penyelesaiannya. 3. Pembuatan program iteratif metode NR, Halley, dan Olver. Kemudian dengan masing-masing program yang sudah jadi dilakukan proses penentuan akar penyelesaian dengan masing-masing metode dengan menggunakan nilai awal . 4.

Menentukan nilai persentase galat dari masing-masing metode berdasarkan nilai hampiran yang didapat dengan nilai eksaknya. 5. Membandingkan hasil pada langkah 4 dengan menganalisis berapa banyak iterasi yang dibutuhkan dan seberapa kecil persentase galat dari masing-masing metode. 6. Membuat kesimpulan, yang merupakan jawaban singkat dari permasalahan yang telah dijabarkan tentang klaim bahwa metode Halley dan Olver lebih baik dari metode NR, serta metode mana yang lebih baik antara metode Halley dan Olver. D. HASIL DAN PEMBAHASAN 1.

Akar-akar Polinomial Wilkinson Polinomial Wilkinson seperti pada persamaan 5 dan terlihat grafik seperti ada Gambar 1 memiliki himpunan akar-akar eksak . Pada penelitian ini akan diambil satu titik akar eksak yaitu maka diambil nilai awal sehingga jika grafik polinomial Wilkinson dipotong kecil sesuai dengan keperluan penelitian ini adalah sebagai berikut, Gambar 2. Grafik Polinomial Wilkinson 2.

Akar Hampiran Polinomial Wilkinson Dengan menerapkan metode NR sebagai acuan dan metode Halley dan Olver sebagai metode yang akan dibandingkan dengan menggunakan nilai awal maka didapatkan nilai iterasi dari seluruh metode sesuai Tabel 1 berikut: Tabel 1. Hasil Iterasi Akar Hampiran Polinomial Wilkinson dengan Metode Halley dan Olver

Metode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Halley	0.4948783	0.3997905	0.2779522	0.8334448	0.7109933	0.5179945	0.9835814	0.9148845	0.7160116	0.9999708
Olver	0.9937950	0.8654045	0.9999998	0.9999955	0.9581488	0.9999999	0.9999998	0.9946754	0.9999998	0.9999999
NR	0.9999999	0.9999999	0.9946754	0.9999999	0.9999999	0.9999998	0.9999999	0.9999999	0.9999999	0.9999999

Berdasarkan Tabel 1 masing-masing metode menggunakan 10 iterasi dan terlihat seluruh metode mendekati nilai eksak () hal ini menunjukkan seluruh metode cukup bagus untuk mengestimasi akar eksaknya. 3.

Perbandingan Metode Halley dan Olver Sepintas metode Halley dan Olver tidak jauh beda dengan metode NR dalam mengestimasi dengan nilai awal, akan tetapi jika dilihat secara seksama dan teliti pada iterasi ke-1 didapatkan, dan juga bahkan saat iterasi ke-3 juga terlihat jelas bahwa Metode Halley lebih cepat konvergen dibandingkan metode Olver dan NR, meskipun juga metode Olver lebih cepat dari pada metode NR.

Untuk memperkuat kesimpulan tersebut maka Tabel 2 akan memaparkan persentase galat dari masing-masing metode. Tabel 2. Persentase Galat Metode Halley dan Olver

Iterasi	Metode Halley	Metode Olver	Metode NR
1	50,5121%	60,0209%	72,2048%
2	16,6555%	28,9007%	48,2005%
3	1,6418%	8,5115%	28,3989%
4	0,0029%	0,6205%	13,4595%
5		1,463E-05%	0,0004%
6	4,1851%	7,23E-06%	1,131E-05%
7		0,5324%	3,91E-06%
8		0,0098%	1,579E-05%
9		5,1E-06	

Berdasarkan Tabel 2 terlihat bahwa metode Halley hanya membutuhkan empat iterasi untuk mendapatkan persentase galat yang cukup kecil yaitu 0,0029% dan sangat dekat dengan dibandingkan metode Olver dan NR yang masing-masing pada iterasi ke-4 dengan persentase galat 0,6205% dan 13,4595%, dari hasil penelitian ini terlihat metode Halley dan Olver lebih cepat konvergen dari pada metode NR yang lebih dulu populer digunakan untuk masalah root finding.

Secara keseluruhan penulis sengaja pada Tabel 2 memberikan pewarnaan khusus (grey) yang berbeda pada masing-masing nilai agar lebih jelas dalam membacanya, bahwa metode Halley butuh iterasi ke-4 untuk mendapatkan persentase galat yang cukup kecil, metode Olver iterasi ke-5, sedangkan metode NR iterasi ke-7. Untuk pewarnaan (yellow) terlihat bahwa metode Halley butuh iterasi ke-6 untuk mendapatkan persentase galat yang sangat kecil (7,23E-06%), metode Olver iterasi ke-7 (3,91E-06%) sedangkan metode NR iterasi ke-9 (5,1E-06).

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan ternyata klaim bahwa metode Halley dan Olver memiliki tingkat kekonvergenan secara kubik lebih cepat dibanding tingkat kekonvergenan metode NR yaitu kuadratik adalah benar, akan tetapi kedua metode kalah populer dibanding metode NR karena memang metode ini jarang digunakan dan melibatkan formula iteratif yang cukup rumit dibandingkan NR karena kedua metode melibatkan turunan kedua dari polinom yang akan ditentukan akar penyelesaiannya.

Dari penelitian juga terlihat bahwa metode Halley pada kasus polinomial Wilkinson memiliki tingkat kekonvergenan yang lebih cepat dibandingkan metode Olver dengan persentase galat yang sangat kecil pada tiap iterasinya. E. SIMPULAN DAN SARAN Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dipaparkan maka dapat ditarik kesimpulan bahwa metode Halley dan Olver memiliki tingkat kekonvergenan lebih cepat dari pada metode NR, pada kasus polinomial Wilkinson dan metode Halley lebih cepat konvergen dari pada metode Olver dengan nilai persentase galat cukup kecil 0,0029%

pada iterasi ke-4, lebih jauh metode Halley mendapatkan nilai hampiran lebih baik dari pada metode Olver dengan nilai persentase galat sangat kecil $7,23E-06\%$ pada iterasi ke-6. Metode Halley dan Olver sangat direkomendasikan untuk menentukan akar-akar penyelesaian polinomial dengan derajat tinggi.

Penelitian ini masih dapat dikembangkan dengan polinomial uji yang lebih rumit, atau bahkan menggunakan persamaan yang bukan suatu polinomial dan juga melibatkan bilangan kompleks, di samping itu masih terdapat beberapa metode root finding yang mungkin lebih cepat konvergen seperti metode Graeffe dan Maehly. UCAPAN TERIMA KASIH **Penulis mengucapkan terima kasih kepada** Prof.

Massoud Malek dari Department Mathematics California State University, East Bay yang menginspirasi penulis untuk melakukan comparison research bidang root finding yang mana konsep materi tersebut berasal dari homepage beliau di <http://www.mcs.csueastbay.edu/~malek/Class/> . REFERENSI Amat, S., Ezquerro, J., & Hernandez-Veron, M. (2015). On a new family of high-order iterative methods for the matrixpth root. Numer. Linear Algebra Appl. DOI: 10.1002/nla.1974, 585-595.

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). **Numerical Methods for Engineers** Seventh Edition. New York: McGraw-Hill Education. Darmawan, R. N. (2016). Perbandingan Metode Gauss-Legendre, Gauss-Lobatto dan Gauss-Kronrod pada Integrasi Numerik Fungsi Eksponensial. JMPM Vol 1, No 2., 99-108. Gani, U. A. (2014). Aktivitas Metakognisi Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Pemecahan Masalah Terbuka. Didaktik Matematika Vol. 1, No. 2, 21-29. Le Thi, H. A., Ouanes, M.,

& Zidna, A. (2014). Computing Real Zeros of A Polynomial By Branch and Bound and Branch and Reduce Algorithms. Yugoslav Journal of Operations Research 24 Number 1, 53-69. Malek, M. (2010). Cal State East Bay Rising The East. Retrieved from <http://www.mcs.csueastbay.edu/~malek/Class/root.pdf> McKee, B. (2012). Wilkinson Polynomials. Parabola Volume 48, Issue 3, 15. Plate, C., Papadopoulos, P., & Müller, R. (2010).

Use of Halley's Method in the Nonlinear Finite Element Analysis. PAMM · Proc. Appl. Math. Mech. 10, 569 - 570. Putri, I. P., Syamsudhuha, & Hasbiyati, I. (2016). Alternatif Menentukan Akar-Akar Persamaan Kuadrat Yang Bukan Bilangan Bulat. Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol. 2 No. 2, 81-86. Stor, N. J., & Slapnicar, I. (2017). Forward Stable Computation of Roots of Real Polynomials with Real Simple Roots. Appl. Math. Inf. Sci. 11, No. 1, 33-41. Winkler, J. R.,

Lao, W., & Hasan, M. (2012). The computation of multiple roots of a polynomial. Journal

of Computational and Applied Mathematics 236, 3478-3497.

INTERNET SOURCES:

<1% - https://issuu.com/sugiarto40/docs/99_fisika_10_sri_handayani

1% -

<http://seminar.uny.ac.id/semnasmatematika/sites/seminar.uny.ac.id.semnasmatematika/files/T-2.pdf>

<1% - http://repository.radenintan.ac.id/159/7/Bab_III.pdf

<1% - <http://ejournal.bsi.ac.id/ejurnal/index.php/ijse/article/download/667/558>

<1% - <https://id.scribd.com/doc/308811545/Statistika-1>

<1% - <http://www.digilib.its.ac.id/public/ITS-paper-19751-2106100069-Paper.pdf>

<1% -

http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._MATEMATIKA/196903301993031-KUSNANDI/Usul__Hibah_Bersaing_09.pdf

<1% - <http://etheses.uin-malang.ac.id/5753/1/11610017.pdf>

<1% - <https://id.scribd.com/doc/233003624/Kelas-a-Pengajaran-Matematika>

1% - <https://jadi-bisa.blogspot.com/2014/02/contoh-ucapan-terima-kasih-skripsi.html>

<1% -

<https://www.amazon.com/Numerical-Methods-Engineers-Steven-Chapra/dp/007339792>

X