

PROSES BERPIKIR ALJABAR PADA SISWA KELAS VIII DALAM MENYELESAIKAN SOAL POLA GEOMETRIS

Eny Suryowati¹, Lia Budi Tristanti²

^{1,2}Pendidikan Matematika, STKIP PGRI Jombang, Indonesia
enysuryowati@gmail.com¹, btlia@rocketmail.com²

INFO ARTIKEL

Riwayat Artikel:

Diterima : 29-08-2021
Direvisi : 08-09-2021
Disetujui : 09-09-2021
Online : 13-09-2021

Kata Kunci:

Berpikir Aljabar;
Pola Geometris;
Generalisasi.

Keywords:

Thinking Algebra;
Geometric Patterns;
Generalization.



ABSTRAK

Abstrak: Berpikir aljabar merupakan hal yang penting karena untuk mengembangkan kemampuan berpikir siswa. Proses ini diawali dengan mengekstraksi informasi kemudian menyajikan informasi tersebut dan menafsirkan temuan. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabar pada siswa kelas VIII dalam menyelesaikan soal pola geometris. Instrumen pendukung pada penelitian ini meliputi soal pola geometris dan pedoman wawancara. Subjek penelitian ini adalah 2 siswa kelas VIII. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa subjek mengekstraksi informasi yang terdapat pada soal. Subjek menemukan pola yang terdapat pada gambar. Subjek dapat menyajikan pola gambar dengan pola bilangan dan dapat menggambar untuk pola berikutnya. Subjek dapat menentukan pola yang tidak diketahui (pola ke n) dalam bentuk persamaan matematik.

Abstract: Algebraic thinking is important because it develops students' thinking skills. This process begins with extracting information then presenting that information and interpreting the findings. This study aims to describe the process of algebraic thinking in class VIII students in solving geometric pattern problems. Supporting instruments in this study include questions about geometric patterns and interview guidelines. The subjects of this study were 2 students of class VIII. The results of this study indicate that the subject extracts the information contained in the questions. The subject finds the pattern in the picture. Subjects can present picture patterns with number patterns and can draw for the next pattern. Subjects can determine the unknown pattern (n th pattern) in the form of a mathematical equation.



This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license

A. LATAR BELAKANG

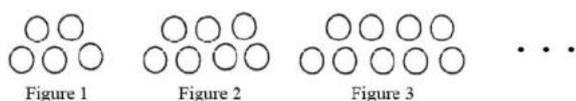
Proses berpikir merupakan suatu aktivitas mental yang digunakan untuk membantu merumuskan atau menyelesaikan masalah, membuat keputusan, dan mendapatkan pemahaman (Ruggiero, 2011). Suparno menjelaskan bahwa proses berpikir merupakan proses masuknya informai dan dikelola dengan skema yang ada sebelumnya (Murtafi'ah & Masfingatin, 2015). Jadi dapat disimpulkan bahwa berpikir merupakan aktivitas mental (pada otak) untuk menyelesaikan masalah

Aljabar banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari sehingga berpikir aljabar merupakan suatu hal yang penting (Nurhayati et al., 2017).

Generalisasi merupakan bagian dari berpikir aljabar. Generalisasi juga merupakan salah satu kegiatan penting dalam pembelajaran matematika (Hashemi et al., 2013). Generalisasi merupakan proses mencari gambar yang lebih besar, dengan memperhatikan kelompok kecil untuk mencari yang lebih besar, konsep diperluas ke konteks yang lebih besar (Tall, 2011). Jadi beripikir aljabar terkait juga dengan proses generalisasi dari suatu pola.

Pola terdiri dari pola angka, pola gambar, pola dalam prosedur komputasi, pola linear dan kuadrat, pola berulang dan pola linear (Zazkis & Liljedahl, 2012). Pola gambar merupakan pola geometris. Penelitian ini menggunakan pola geometris, yang

merupakan suatu barisan gambar yang perubahan dari gambar satu ke gambar berikutnya dapat diprediksi (Walkowiak, 2013). Pola, relasi serta fungsi akan selalu ada dalam prinsip dan standar pembelajaran aljabar di sekolah pada semua jenjang (NCTM, 2000). Contoh pola geometris seperti Gambar 1 berikut.



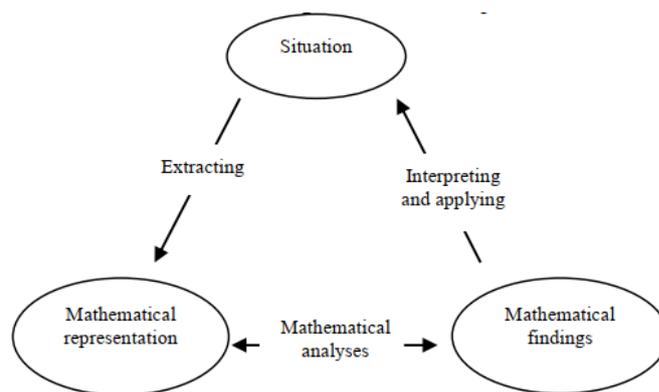
Gambar 1. Contoh Pola Geometris
Sumber: (Radford, 2006)

Namun, banyak siswa yang masih kesulitan dalam melakukan generalisasi pola. Berdasarkan hasil penelitian dari 50 siswa ada sebanyak 26 siswa yang dapat melakukan generalisasi. Jika siswa tidak dapat melakukan generalisasi maka siswa tersebut tidak dapat berpikir aljabar dengan baik (Suryowati et al., 2019).

Terdapat tiga komponen dalam berpikir aljabar antara lain penggunaan simbol dan relasi aljabar, penggunaan representasi serta penggunaan pola dan generalisasi (Dindyal, 2011). Sedangkan menurut Kriegler bahwa dalam berpikir aljabar itu terdapat dua komponen yaitu pengembangan alat berpikir matematik dan ide-ide dasar aljabar (Kriegler, 2011). Alat berpikir yang dimaksud meliputi alat untuk pemecahan masalah, representasi dan penalaran kuantitatif. Ide dasar aljabar merupakan bentuk generalisasi aritmatik, aljabar merupakan Bahasa matematika dan aljabar untuk memodelkan matematika. Ada tiga tahap yang akan ditunjukkan siswa dalam mengerjakan soal aljabar, yaitu siswa diharapkan dapat memperhatikan dan mengenali pola, siswa dapat merepresentasikan data numerik ke dalam tabel yang merupakan bentuk representasi umum aljabar dan siswa dapat menentukan apakah serta bagaimana mereka menguji dugaan dengan menerapkan aturan ke dalam situasi yang sama atau baru (Lian & Yew, 2012).

Herbert dan Brown menjelaskan bahwa berpikir aljabar adalah berpikir dengan menggunakan simbol matematika dalam menganalisis situasi melalui ekstraksi informasi dari situasi (masalah), menyajikan kembali informasi secara matematis (dalam bentuk kata-kata, grafik, tabel dan persamaan) dan menafsirkan serta menerapkan

temuan matematika seperti penyelesaian yang tidak diketahui, menguji dugaan dan identifikasi hubungan fungsional untuk situasi yang sama dan situasi baru yang terkait. Ekstraksi informasi dari situasi yaitu menentukan informasi yang dapat atau tidak dapat digunakan untuk menghadapi situasi yang diberikan (masalah yang diberikan) (Setyawan & Hayuhantika, 2018). Kerangka Berpikir Aljabar seperti pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Kerangka Berpikir Aljabar

Berdasarkan beberapa teori tentang berpikir aljabar tersebut maka berpikir aljabar pada penelitian ini merupakan suatu proses menggeneralisasi suatu pola geometris melalui tahap mengekstraksi, menyajikan informasi secara matematis dan menafsirkan serta menerapkan temuan matematika untuk menyelesaikan soal (identifikasi hubungan fungsional). Hubungan ini seperti pada gambar 2. Indikator berpikir aljabar pada penelitian ini yaitu ekstraksi informasi dari situasi, menyajikan kembali informasi secara matematis dan menafsirkan serta menerapkan temuan untuk menyelesaikan soal.

Beberapa penelitian yang relevan dengan penelitian ini yaitu penelitian Sari dan Fiantika. Penelitian tersebut tentang proses berpikir aljabar siswa SMP yang berkemampuan matematika rendah dalam menyelesaikan masalah ditinjau dari kemampuan penalarannya. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa subjek belum mampu menggunakan penalaran deduktif dan induktif. Subjek belum dapat menjelaskan makna simbol n dan merepresentasikan dalam diagram, subjek tidak dapat menyimpulkan lambungan tertinggi bola berdasarkan tabel fungsi (Sari & Fiantika, 2018)

Penelitian lain yang relevan adalah penelitian Setyawan dan Hayuhantika. Penelitian tersebut

tentang proses berpikir aljabar siswa SMP kelas VII dalam memecahkan masalah generalisasi pola berdasarkan gaya kognitif. Subjek dalam penelitian tersebut adalah siswa bergaya kognitif visualizer dan kognitif verbalizer. Proses berpikir pada penelitian tersebut melalui tahap *pattern seeking*, *pattern recognition* dan *generalization*. Hasil penelitian tersebut antara lain siswa visualizer dapat menyaring informasi saat mencari pola, dapat menemukan pola dan dapat menggeneralisasi aturan umum. Sedangkan siswa verbalizer dapat menyaring informasi, belum dapat menemukan pola dan tidak dapat menggeneralisasi masalah (Setyawan & Hayuhantika, 2018).

Penelitian lain tentang proses berpikir aljabar yaitu penelitiannya Nu. Penelitian tersebut tentang proses berpikir aljabar pada siswa SMK dalam menyelesaikan permasalahan barisan. Proses berpikir siswa berkemampuan tinggi yaitu subjek dapat melalui setiap tahapan penyelesaian masalah, sedangkan siswa berkemampuan sedang dan rendah sering mengabaikan tahapan melihat kembali. Siswa berkemampuan tinggi juga melakukan pengamatan pola, membuat generalisasi, penggunaan simbol yang bermakna, penggunaan fungsi serta membuat model matematika (Nu, 2019).

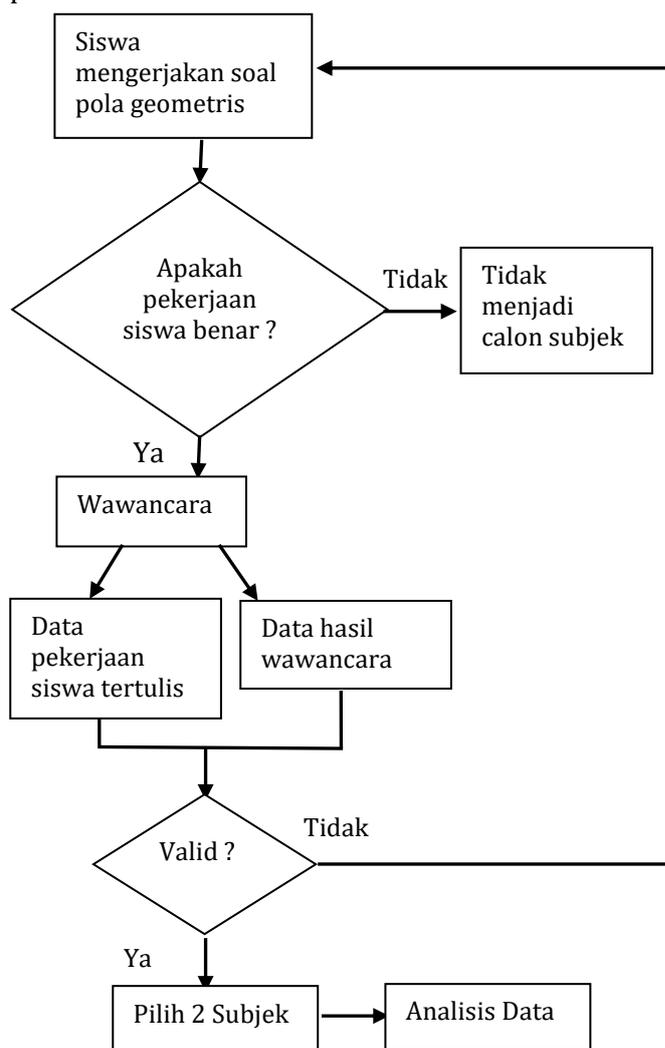
Berdasarkan hasil penelitian terdahulu dan kajian teori, peneliti melakukan penelitian ini dengan menggunakan soal pola geometris untuk melihat proses berpikir aljabar siswa melalui proses generalisasi yang dilakukan. Pertanyaan penelitian ini yaitu bagaimanakah proses berpikir aljabar pada siswa kelas VIII dalam menyelesaikan soal pola geometris?. Tujuan penelitian ini untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabar pada siswa kelas VIII dalam menyelesaikan soal pola geometris.

B. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif yang mendeskripsikan tentang proses berpikir aljabar pada siswa kelas VIII C MTsN 4 Denanyar Jombang dalam menyelesaikan soal pola geometris. Beberapa ciri penelitian dengan pendekatan kualitatif, yaitu proses penelitian selalu berkembang dinamis. Semua tahap dalam penelitian mungkin berubah setelah peneliti ke tempat penelitian dan memulai penelitian (Creswell, 2012). Metode pengumpulan data pada penelitian ini melalui

pemberian soal matematika tentang pola geometris dan wawancara. Instrumennya adalah soal dan pedoman wawancara. Pemberian soal pola geometris dilakukan di kelas VIII C sebanyak 35 siswa. Calon subjek dipilih jika dapat mengerjakan soal tersebut dengan benar karena jika benar maka calon subjek dapat melakukan generalisasi dengan benar dan baik sehingga dapat menggambarkan proses berpikir aljabarnya. Kemudian dipilih 2 siswa untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabarnya.

Analisis data pada penelitian ini melalui tahapan berikut: peneliti mentranskrip hasil wawancara dengan subjek, mereduksi data, menginterpretasikan data yang sudah valid kemudian menarik kesimpulan. Untuk keabsahan data, peneliti menggunakan triangulasi metode yaitu dengan membandingkan data hasil wawancara dengan hasil secara tertulis saat subjek mengerjakan soal. Langkah-langkah dalam penelitian ini seperti pada Gambar 3 berikut.

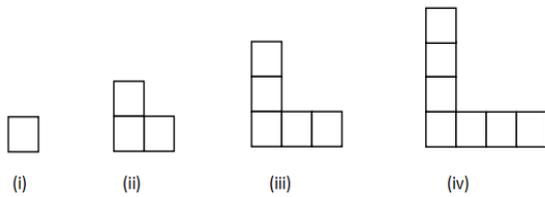


Gambar 3. Langkah - Langkah Penelitian

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Gambar 4 berikut merupakan soal pola geometris yang diberikan ke siswa.

Perhatikan gambar model (i), (ii), (iii) dan (iv) berikut ini :



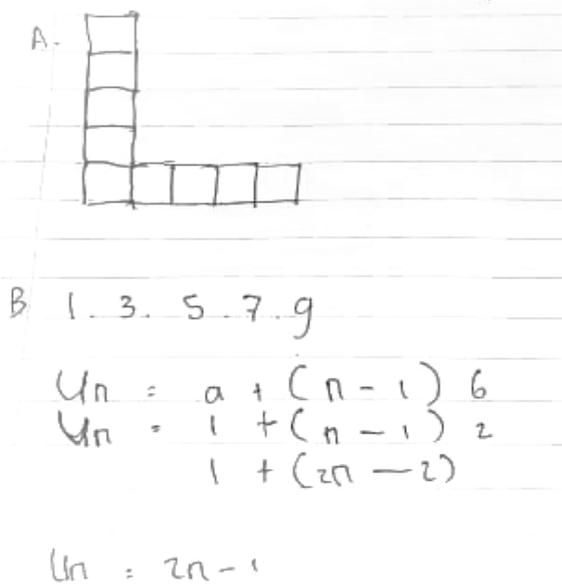
- a. Gambarkan model ke v ! (berikan alasannya)
- b. Berapa banyak persegi pada model ke n !

Gambar 4. Soal Pola Geometris

Sebanyak 35 siswa mengerjakan soal tersebut dan ada sebanyak 4 siswa yang mengerjakan dengan benar. Subjek diambil 2 untuk dideskripsikan proses berpikirnya.

1. Proses Berpikir Aljabar Subjek 1 (S1)

Hasil pekerjaan tertulis S1 seperti pada Gambar 5 berikut.



Gambar 5. Pekerjaan Tertulis S1

Berikut cuplikan wawancara dengan S1 untuk soal pertama (a):

- P : Bagaimana cara saudara menggambar model ke v ?
- S1 : Em...saya amati model yang ada di soal dari model 1,2,3 dan 4. Lalu saya hitung banyak persegi pada setiap model, model 1 ke model 2 bertambah 2 persegi, model 2 ke model 3 bertambah 2 persegi, begitu terus.

Jadi model ke v ada 9 persegi

- P : Bertambah 2 persegi seperti apa maksudnya?
- S1 : 1 persegi di sebelah kanan (ujung kanan) dan 1 persegi di sebelah atas (ujung atas), jadi tambah 2 persegi. Jadi saya gambar seperti itu (sambil menunjuk jawaban).

Berdasarkan pekerjaan tertulis S1 pada gambar 5 dan cuplikan wawancara maka proses berpikir S1 diawali dengan ekstraksi informasi, S1 menganalisis model yang terdapat pada soal. Subjek melihat ada keteraturan pola dengan menghitung banyaknya persegi pada setiap model. Kemudian subjek langsung menafsirkan bahwa model selalu bertambah 2 persegi. Subjek langsung menggambar model ke v.

Berikut cuplikan wawancara dengan S1 untuk soal kedua (b):

- P : Bagaimana cara saudara mengerjakan soal kedua (b)?
- S1 : Kan banyaknya persegi model 1 ada 1, model 2 ada 3, model 3 ada 5, model 4 ada 7 dan model 5 ada 9. Selisih banyaknya persegi dari setiap model ada 2 sehingga untuk menghitung banyaknya persegi pada model ke n, saya memakai rumus: $U_n = a + (n - 1) b$, sehingga ketemu ada $2n - 1$ persegi untuk model n.
- P : a, n dan b itu apa ?
- S1 : a itu suku pertama, n itu ya suku ke n dan b itu beda atau selisih banyaknya persegi.
- P : Jadi banyaknya persegi pada model ke n ada $2n - 1$?
- S1 : Ya...jadi n nya bisa diganti dengan bilangan..kalau model ke 10 ya berarti tinggal mengganti n dengan 10 sehingga banyaknya persegi pada model ke 10 ada 2. $10 - 1 = 19$.

Berdasarkan pekerjaan tertulis S1 pada gambar 5 dan cuplikan wawancara maka proses berpikir S1 diawali ekstraksi informasi dari situasi pada soal. Subjek melihat keteraturan selisih banyak persegi dari setiap model, yaitu sebanyak 2 persegi. Subjek menyajikan kembali informasi pada soal tentang banyaknya persegi secara matematis dengan menulis 1, 3, 5, 7, 9. Kemudian subjek menafsirkan perubahan atau selisih yang teratur itu merupakan suatu barisan jadi untuk menghitung banyak persegi pada model ke n subjek menerapkan temuan pada

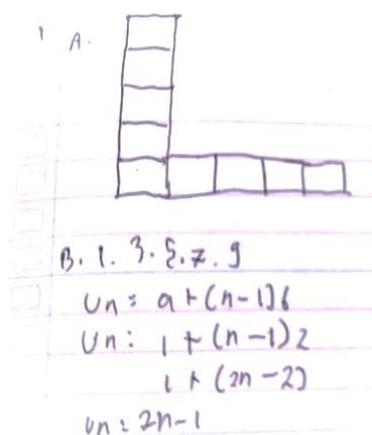
rumus suku ke n . Jadi S1 menentukan banyaknya persegi pada model ke n dengan rumus untuk suku ke n seperti hasil pekerjaan tertulis S1 pada gambar 5. Subjek dapat menentukan banyaknya persegi model ke n dalam persamaan matematik.

Proses berpikir yang dilakukan S1 sesuai dengan tahapan yang dilakukan seseorang dalam menyelesaikan soal atau masalah (berpikir matematik) yaitu *entry*, *attack* dan *review* (Mason et al., 2010). Tahap *entry* terjadi saat subjek melakukan ekstraksi informasi dari soal. Tahap *attack* terjadi saat subjek mencari keteraturan pola dan menyajikan kembali informasi secara matematis. Tahap *review* terjadi saat subjek menafsirkan atau menerapkan temuan pada tahap *attack* untuk menyelesaikan soal.

S1 menyelesaikan soal pola geometris menggunakan representasi gambar, angka dan simbol. Ini sesuai dengan pendapat (Debrenti, 2015) dan (NCTM, 2000) bahwa representasi merupakan metode yang dipakai siswa untuk menemukan solusi dan mengungkapkan ide atau pemikiran terhadap soal yang diselesaikan.

2. Proses Berpikir Aljabar Subjek 2 (S2)

Berikut hasil pekerjaan tertulis S2:



Gambar 6. Pekerjaan Tertulis S2

Berikut cuplikan wawancara dengan S2 untuk soal pertama (a):

- P : Bagaimana cara saudara menggambar model ke v ?
- S2 : Saya melihat model yang ada di soal dari model 1,2,3 dan 4. Modelnya mirip, hanya bertambah 2 persegi tiap modelnya.
- P : Bertambah 2 persegi seperti apa maksudnya?

- S2 : Model 1 kan ada 1 persegi, model 2 ada 3 persegi, model 3 ada 5 persegi, model 4 ada 7 persegi dan model 5 pasti ada 9 persegi, jadi selalu nambah 1 persegi di sebelah kanan (ujung kanan) dan 1 persegi di sebelah atas (ujung atas), jadi saya gambar kayak gitu (sambil menunjuk gambar).

Berdasarkan pekerjaan tertulis S2 pada gambar 6 dan cuplikan wawancara maka proses berpikir S2 diawali dengan ekstraksi informasi, S2 menganalisis model yang terdapat pada soal. Subjek melihat ada kemiripan bentuk pada model. Kemudian subjek menghitung banyak persegi pada masing-masing model. Subjek menemukan keteraturan pola bahwa model selalu bertambah 2 persegi. Subjek menafsirkan pasti pola berikutnya akan bertambah 2 persegi. Subjek kemudian langsung menggambar model ke v .

Berikut cuplikan wawancara dengan S2 untuk soal kedua (b):

- P : Bagaimana cara saudara mengerjakan soal kedua (b)?
- S2 : Banyaknya persegi model 1 ada 1, model 2 ada 3, model 3 ada 5, model 4 ada 7 dan model 5 ada 9. Jadi bisa dihitung selisih banyaknya persegi dari setiap model. Selisihnya 2 persegi jadi untuk menghitung banyaknya persegi pada model ke n , bisa pakai rumus: $U_n = a + (n - 1) b$, sehingga ketemu ada $2n - 1$ persegi untuk model n .
- P : a , n dan b itu apa?
- S2 : a itu banyak persegi pada model 1, n itu banyak persegi pada model ke n dan b itu selisih banyaknya persegi dari setiap model.
- P : Jadi banyaknya persegi pada model ke n ada $2n - 1$?
- S2 : Ya... n nya bisa diganti dengan bilangan.
- P : Maksudnya?
- S2 : Misalnya n diganti 15 ya berarti banyaknya persegi pada model ke 15 ada $2 \cdot 15 - 1 = 29$.

Berdasarkan pekerjaan tertulis S2 pada gambar 6 dan cuplikan wawancara maka proses berpikir S2 diawali ekstraksi informasi dari situasi pada soal. Subjek melihat kemiripan bentuk dan menghitung selisih banyak persegi dari setiap model, yaitu

sebanyak 2 persegi. Subjek menyajikan kembali informasi pada soal tentang banyaknya persegi secara matematis dengan menulis 1, 3, 5, 7, 9. Kemudian subjek menafsirkan perubahan atau selisih yang teratur itu merupakan suatu barisan jadi untuk menghitung banyak persegi pada model ke n subjek menerapkan temuan pada rumus suku ke n . Jadi S_2 menentukan banyaknya persegi pada model ke n dengan rumus untuk suku ke n seperti hasil pekerjaan tertulis S_2 pada gambar 6. Subjek dapat menentukan banyaknya persegi model ke n dalam persamaan matematis.

Proses berpikir yang dilakukan S_2 juga sesuai dengan tahapan yang dilakukan seseorang dalam menyelesaikan soal atau masalah (berpikir matematik) yaitu *entry*, *attack* dan *review* (Mason et al., 2010). Tahap *entry* terjadi saat subjek melakukan ekstraksi informasi dari soal. Tahap *attack* terjadi saat subjek mencari keteraturan pola dan menyajikan kembali informasi secara matematis. Tahap *review* terjadi saat subjek menafsirkan atau menerapkan temuan pada tahap *attack* untuk menyelesaikan soal.

S_2 menyelesaikan soal pola geometris juga menggunakan representasi gambar, angka dan simbol. Ini sesuai dengan pendapat (Debrenti, 2015) dan (NCTM, 2000) bahwa representasi merupakan metode yang dipakai siswa untuk menemukan solusi dan mengungkapkan ide atau pemikiran terhadap soal yang diselesaikan.

D. SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian tersebut dapat disimpulkan bahwa proses berpikir untuk soal yang pertama, kedua subjek melakukan ekstraksi informasi dari soal kemudian menafsirkan serta menerapkan temuan untuk menggambar model ke v . Untuk soal ke dua, kedua subjek melakukan ekstraksi informasi dari soal lalu menyajikan kembali pola dalam soal dalam bentuk angka serta menafsirkan dan menerapkan temuan pada tahap sebelumnya untuk menentukan banyaknya persegi pada pola ke n . Kedua subjek dapat menentukan pola ke n (banyaknya persegi pada model ke n) dengan persamaan matematik. Penelitian lanjutan yang dapat dilakukan pada masalah yang berbeda seperti soal open ended dan pada subjek dengan pendidikan yang lebih tinggi.

DAFTAR RUJUKAN

- Debrenti, E. (2015). Visual Representations in Mathematics Teaching: An Experiment with Students. *Acta Didactica Napocensia*, 8(1), 19–25.
- Dindyal, J. (2011). *Algebraic Thinking in Geometry at High School Level Students Use of Variables and Unknown*. National Institute of Education Singapore.
- Hashemi, N., Abu, M. S., Kashefi, H., & Rahimi, K. (2013). Generalization in The Learning of Mathematics. *The 2nd International Seminar on Quality and Affordable Education*.
- Kriegler, S. (2011). *Just What Is Algebraic Thinking?* Department of Mathematics, UCLA.
- Lian, L. H., & Yew, W. T. (2012). Assessing Algebraic Solving Ability: A Theoretical Framework. *International Education Studies*, 5(6). <https://doi.org/https://doi.org/10.5539/ies.v5n6p177>
- Mason, J., Stacey, K., & Burton, L. (2010). *Thinking Mathematically*. Pearson.
- Murtafi'ah, W., & Masfingatini, T. (2015). Proses berpikir mahasiswa dengan kemampuan spatial intelligent tinggi dalam memecahkan masalah geometri. *Kadikma*, 6(1), 133–148.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston.
- Nu, A. T. (2019). Proses Berpikir Aljabar pada Siswa SMK dalam Menyelesaikan Permasalahan Barisan. *Jurnal Pendidikan Luar Sekolah*, 7(2), 75–87.
- Nurhayati, D. M., Herman, T., & Suhendra, S. (2017). Analysis of Secondary School Students' Algebraic Thinking and Math-Talk Learning Community to Help Students Learn. *Journal of Physic*, 1(1), 1–7.
- Radford, L. (2006). Algebraic Thinking and Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective. *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Ruggiero, V. R. (2011). *Beyond Feelings: A guide to Critical Thinking*. Mc Graw Hill.
- Sari, D. P., & Fiantika, F. R. (2018). Students Algebraic Thinking Processes in Mathematics Problem Solving at Low Mathematics Ability Student Based on Quantitative Reasoning Ability. *Edumatika Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 1(2), 29–35.
- Setyawan, G., & Hayuhantika, D. (2018). Proses Berpikir Aljabar Siswa dalam Memecahkan Masalah Generalisasi Pola Berdasarkan Gaya Kognitif. *Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran Matematika*, 4(2), 76–83.
- Suryowati, E., Nusantara, T., Irawan, E. B., & Sudirman, S. (2019). Junior High School Student's Strategy in Partial Formal Correspondence Relationship Generalization. *Jurnal of Physic: Conference Series*. <https://doi.org/doi:10.1088/1742-6596/1157/3/032081>
- Tall, D. (2011). Looking for the Bigger Picture. *For the Learning of Mathematics*, 31(2), 17–18.
- Walkowiak, T. . (2013). Elementary and Middle School Students' Analysis of Pictorial Growth Patterns. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33(1), 56–71.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2012). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49(3), 379–402.