



# Analisis Pemodelan dan Simulasi Matematika Pengendalian Epidemi Toksoplasmosis

<sup>1</sup>Meri Hari Yanni, <sup>2</sup>Zulfahmi

<sup>1,2</sup>Pendidikan Matematika, STKIP Bumi Persada Lhokseumawe, Indonesia

<sup>1</sup>[merihayanni@gmail.com](mailto:merihayanni@gmail.com), <sup>2</sup>[fahmi838@gmail.com](mailto:fahmi838@gmail.com)

## INFO ARTIKEL

### Riwayat Artikel:

Diterima: 13-08-2019

Disetujui: 01-10-2019

### Kata Kunci:

Model Epidemi;  
 Toksoplasmosis;  
 Bilangan Reproduksi  
 Dasar;  
 Analisis Model.

### Keywords:

*Epidemic Model;*  
*Toxoplasmosis;*  
*Number of Basic*  
*Reproduction;*  
*Model Analysis.*

## ABSTRAK

**Abstrak:** Toksoplasmosis merupakan suatu penyakit pada manusia dan hewan yang disebabkan oleh parasit toksoplasma gondi. Penyebaran toksoplasmosis dapat dilakukan secara vertikal maupun horizontal. Penyebaran vertikal terjadi melalui ibu kepada anak sedangkan horizontal melalui lingkungan dan memakan makanan yang mentah. Lingkungan yang sanitasinya kurang memadai serta kebiasaan masyarakat memakan daging yang mentah mengakibatkan individu terinfeksi toksoplasmosis. Kebiasaan masyarakat Aceh dalam mengkonsumsi daging menjadi salah satu potensi terinfeksinya toksoplasmosis sehingga diperlukan sosialisasi dan kajian terkait pengendalian epidemi toksoplasmosis. Penelitian ini bertujuan untuk mengkonstruksi model matematika epidemi toksoplasmosis yang mengacu pada masyarakat di wilayah Lhokseumawe. Model matematika dikonstruksi kedalam bentuk persamaan diferensial tak linier kemudian dianalisis kestabilan dari masing-masing titik kesetimbangan serta dilakukan penentuan bilangan reproduksi dasar untuk melihat tingkat penyebaran penyakit. Simulasi model menunjukkan bahwa ketika tidak adanya penyebaran penyakit toksoplasmosis maka tidak ada individu yang terinfeksi sedangkan ketika terjadinya penyebaran toksoplasmosis mengakibatkan jumlah populasi yang terinfeksi meningkat dan kemudian menurun dikarenakan jumlah populasi terkontrol ikut meningkat sehingga penyakit toksoplasmosis dapat hilang dari lingkungan.

**Abstract:** *Toxoplasmosis is a disease in humans and animals which is caused by the parasite called toxoplasma gondi. The spread of toxoplasmosis can be done vertically or horizontally. Vertical spread occurs through mother and child, while horizontally through the environment and eating raw food. The inadequate sanitary environment and the community's habit of eating raw meat make the people infected by toxoplasmosis. The Acehnese habit in consuming meat is one of the potential infections of toxoplasmosis, so it is necessary to disseminate information and studies related to epidemic control of toxoplasmosis. This study aims to construct system differential non linear an epidemic mathematical model of toxoplasmosis that refers to people in Lhokseumawe area. The mathematical model constructed then analyzed the stability of each model equilibrium point and carried out the determination of basic reproduction numbers to see the extent of the spread of the disease. Simulation shows that when there is no spread of toxoplasmosis, no individual is infected. Whereas when the spread of toxoplasmosis happened, so the number of infected population increases and then decreases because the controlled population increases and toxoplasmosis can be disappeared from the environment.*



<https://doi.org/10.31764/jtam.v3i2.1030>



This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license

## A. LATAR BELAKANG

Kota Lhokseumawe merupakan sebuah kota di provinsi Aceh, Indonesia; yang berada di tengah-tengah jalur timur Sumatera. Berdasarkan profil kesehatan Kota Lhokseumawe (2018), jumlah penduduk yang relatif banyak yaitu sebesar 203.284 jiwa pada tahun 2018 dengan sebagian besar mata pencahariannya adalah wiraswasta, pedagang, petani, dan lain-lain. Selain itu, karena lokasi daerah Lhokseumawe yang berada di pesisir laut

menjadikan nelayan sebagai mata pencaharian hidup. Berdasarkan kondisi letak geografis, kota ini memiliki iklim tropis basah yang mana merupakan salah satu faktor berkembangnya penyakit toksoplasmosis. Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh beberapa ahli berpendapat bahwa masyarakat yang berada di daerah iklim tropis basah memiliki angka prevalensi toksoplasmosis yang relatif tinggi (Gyang et al., 2015), (Ririh Yudhastuti, 2017). Kondisi tersebut menjadikan salah satu

potensi berkembangnya penyakit toksoplasmosis di kelompok masyarakat Lhokseumawe.

Toksoplasmosis merupakan suatu penyakit yang disebabkan oleh parasit toksoplasma gondi yang dapat menginfeksi manusia dan hewan. Sumber utama perkembangan toksoplasmosis adalah hewan mamalia sebagai inang perantara (Aryani, 2017), (Wijayanti & Marbawati, 2018). Penyebaran toksoplasmosis dapat terjadi melalui berbagai macam cara yaitu kebiasaan pola hidup yang kurang higienis seperti makan tanpa mencuci tangan terlebih dahulu, kebiasaan memakan buah dan sayuran yang di cuci kurang bersih, kebiasaan memakan makanan dan minuman yang tidak tertutup yang telah terkontaminasi melalui hewan insekta dan makan makanan yang terkontaminasi parasit yang kemudian tidak dimasak dengan matang. Penularan lainnya dapat juga terjadi melalui transfusi darah, transplantasi organ (Renny Yulianti Sari et al., 2014), (Aisyi & Tumbelaka, 2016), (Kato, 2018).

Kebiasaan masyarakat Aceh dalam mengkonsumsi daging menjadikan salah satu potensi terinfeksi toksoplasmosis, salah satunya adalah kebiasaan memakan sate dan ayam panggang/bakar yang dimasak kurang matang. Kebiasaan seperti ini dapat menimbulkan dampak yang berbahaya bagi masyarakat Aceh yaitu menyebabkan abortus, kematian dini pada janin, kelainan pada bayi. Dampak lainnya yang bisa dirasakan oleh seseorang yang terinfeksi adalah gangguan neurologis seperti otak, otot dan mata hingga menyebabkan *alzheimer* dan *skizofrenia* (Hanafiah, Kamaruddin, Nurcahyo, & Winaruddin, 2010), (Nurcahyo, 2012).

Sampai saat ini penelitian tentang penyebaran toksoplasmosis pada masyarakat di kota Lhokseumawe masih sangat jarang. Pada tahun 2010 pernah dilaporkan bahwa angka prevalensi toksoplasmosis pada masyarakat di Banda Aceh sebesar 3,15% (Montaya, 2018). Untuk memperoleh data yang lebih akurat terkait penyebaran toksoplasmosis di Kota Lhokseumawe maka diperlukan sosialisasi dan studi lebih lanjut tentang dinamika dan dampak penyebaran penyakit toksoplasmosis pada masyarakat di Kota Lhokseumawe dan kajian solusinya.

Penelitian terkait penyebaran penyakit toksoplasmosis telah dilakukan dan masih akan terus dikembangkan dengan berbagai sudut pandang dan masalah yang terjadi di masyarakat. Peneliti juga telah melakukan penelitian yang membahas mengenai beberapa kondisi yang sangat mempengaruhi penyebaran toksoplasma gondi di dalam tubuh manusia (Yanni, 2017). Penelitian ini

juga diperkuat dengan penelitian mengenai dinamika model matematika toksoplasmosis (Ibrahim, Maqbool, Ijaz, Durrani, & Rehman, 2012), (Ashankyty, 2014), (González-Parra, & Benincasa, 2019). Kemudian dilakukan pengembangan dengan memperhatikan interaksi yang terjadi pada manusia terhadap kucing pada suatu wilayah. Selanjutnya, dilakukan penelitian terkait dinamika model penyebaran toksoplasmosis dari feses kucing yang telah bersporulasi (Arenas, González-Parra, & Villanueva Micó, 2010), (Agustin & Mukono, 2016).

Dari paparan di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah mengkonstruksi sebuah model matematika yang menggambarkan penyebaran toksoplasmosis di wilayah Kota Lhokseumawe dengan menggunakan Data dari Dinas Kesehatan dan Rumah Sakit yang ada di Kota Lhokseumawe. Analisis kestabilan dilakukan untuk mengetahui perilaku dari setiap subpopulasi pada sistem. Terakhir dilakukan simulasi numerik untuk mengetahui perilaku dinamika penyebaran toksoplasmosis di Kota Lhokseumawe.

## B. METODE PENELITIAN

Metode Penelitian yang digunakan dalam penelitian dilakukan dalam beberapa tahap yaitu melakukan pengkajian dan tinjauan literatur, penyusunan kriteria variabel penelitian yang kemudian diuji dan dilakukan revisi melalui interview serta melakukan wawancara narasumber kepada Dokter SpOG (Spesialis Obstetri dan Ginekologi). Tahap selanjutnya, dilakukan konstruksi model matematika, yang kemudian dilakukan pengumpulan data dan dianalisis secara analitik dan simulasi numerik. Pada tahap analisis analitik ditentukan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ), analisis kestabilan pada masing-masing titik kesetimbangan, dan pada tahap analisis numerik dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan Matlab. Data yang digunakan dalam penelitian diperoleh dari Dinas Kesehatan Kota Lhokseumawe dan Rumah Sakit Cut Mutia pada bulan Januari sampai dengan Desember periode tahun 2018, Data tersebut diolah yang kemudian digunakan pada masing-masing parameter model matematika. Tahapan terakhir dilakukan interpretasi model dari simulasi numerik pada setiap dinamika epidemi toksoplasmosis.

## C. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 1. Konstruksi Model Epidemi Toksoplasmosis

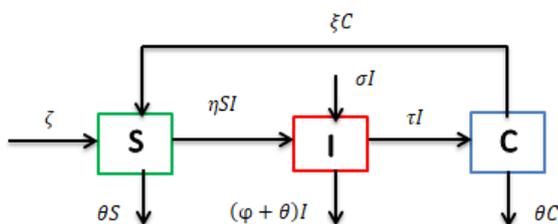
Model dinamika epidemi toksoplasmosis ini merupakan pengembangan pada model epidemi toksoplasmosis yang dipaparkan oleh Aranda (2008). Pengembangan dilakukan berdasarkan fakta medis yang menunjukkan bahwa seseorang dapat

terinfeksi kembali ketika sistem imun tubuh menurun. Kondisi ketika sistem imun tubuh menurun mengakibatkan parasit kembali aktif untuk melakukan invasi dan infeksi melalui sirkulasi darah menuju sel dan organ tubuh lainnya. Pemicu lainnya adalah kurangnya perlindungan terhadap penyebaran secara horizontal di lingkungan tempat tinggal, seperti sanitasi lingkungan yang kurang memadai dan kebiasaan memakan makanan yang kurang higienis.

Selanjutnya, asumsi yang digunakan dalam pembentukan model epidemi toksoplasmosis sebagai berikut (Sari, Danardono, & E, 2016):

- Tingkat Penularan pada populasi rentan terjadi secara horizontal.
- Pengobatan diberikan kepada individu yang terinfeksi aktif.
- Individu yang terkontrol memungkinkan kembali rentan dikarenakan sistem imun menurun atau terjadi kembali penularan horizontal.
- Bayi yang baru lahir dapat terinfeksi toksoplasmosis melalui ibu yang terinfeksi.
- Kematian disebabkan penyakit toksoplasmosis.

Berdasarkan fakta-fakta dan asumsi-asumsi yang telah diuraikan, model matematika epidemi toksoplasmosis diberikan pada Gambar 1 berikut.



**Gambar 1.** Diagram Kompartemen Model Epidemi Toksoplasmosis

Pada Gambar 1, model matematika epidemi toksoplasmosis terdiri dari tiga populasi yaitu jumlah populasi rentan (S), jumlah populasi yang terinfeksi (I), dan jumlah populasi terkontrol terhadap penyakit toksoplasmosis (C) yang kemudian diformulasikan pada persamaan sistem (1) - (3). Interaksi antara ketiga populasi pada model disajikan dengan diagram kompartemen pada Gambar 1.

$$\frac{dS}{dt} = \zeta - \theta S - \eta SI + \xi C \tag{1}$$

$$\frac{dI}{dt} = \eta SI - (\varphi + \theta)I + \sigma I - \tau I \tag{2}$$

$$\frac{dC}{dt} = \tau - \theta C - \xi C \tag{3}$$

Dengan  $\zeta$  adalah laju kelahiran,  $\theta$  adalah laju kematian alami,  $\eta$  adalah laju infeksi Toksoplasmosis,  $\xi$  adalah laju individu terkontrol menjadi individu

rentan,  $\varphi$  adalah laju kematian yang disebabkan Toksoplasmosis,  $\tau$  adalah laju individu yang dikontrol dengan pemberian terapi obat-obatan, dan  $\sigma$  adalah laju kelahiran yang telah terinfeksi toksoplasmosis.

Model matematika pada persamaa (1)-(3) di atas dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial non linier, yang memenuhi kondisi awal dari setiap variabel adalah positif dan setiap parameter pada Sistem (1) bernilai positif, dengan  $S(0) \geq 0$ ,  $I(0) \geq 0$ , dan  $C(0) \geq 0$ .

### 2. Titik Kesetimbangan

Titik Kesetimbangan pada persamaan (1)-(3) diperoleh dengan menyelesaikan persamaan  $\frac{dS}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dC}{dt} = 0$ , sehingga menghasilkan dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan ketika tidak adanya penyebaran toksoplasmosis di lingkungan masyarakat  $q_0 = (\frac{\zeta}{\theta}, 0, 0)$  dan titik kesetimbangan ketika terjadinya penyebaran toksoplasmosis di lingkungan masyarakat  $q_1 = (S^*, I^*, C^*)$ , dengan:

$$S^* = \frac{\varphi + \tau + \theta - \sigma}{\eta} \tag{4}$$

$$I^* = \frac{\zeta(\theta + \xi) - \theta S^*(\theta + \xi)}{\eta S^*(\theta + \xi) - \xi \tau} \tag{5}$$

$$C^* = \tau \left( \frac{\zeta - \theta S^*}{\eta S^*(\theta + \xi) - \xi \tau} \right) \tag{6}$$

### 3. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar digunakan untuk mengetahui tingkat penyebaran suatu penyakit dalam suatu populasi. Untuk memperoleh bilangan reproduksi dasar maka terlebih dahulu dilakukan pengelompokan subpopulasi dari persamaan (1)-(3) menjadi kompartemen X, Y, dan Z.

$$X = \begin{bmatrix} S \\ R \end{bmatrix}, Y = 0, Z = [I]$$

Sehingga dibentuk model kompartemen berikut:

$$\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} \zeta - \theta S - \eta SI + \xi C \\ \tau - \theta C - \xi C \end{bmatrix} = f(X, Y, Z)$$

$$\frac{dY}{dt} = 0 = g(X, Y, Z)$$

$$\frac{dZ}{dt} = [\eta SI - (\varphi + \theta)I + \sigma I - \tau I] = k(X, Y, Z)$$

Kemudian fungsi  $k(X, Y, Z)$  diturunkan terhadap I, sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial k}{\partial I}(X^*, g(X^*, Z), Z) = \eta S - (\varphi + \theta) + \sigma - \tau \tag{7}$$

Titik kesetimbangan bebas penyakit  $q_0 = (\frac{\zeta}{\theta}, 0, 0)$ , sehingga persamaan (7) menjadi:

$$A = \eta \frac{\zeta}{\theta} - (\varphi + \theta) + \sigma - \tau$$

$$= \left( \eta \frac{\zeta}{\theta} + \sigma \right) - (\varphi + \theta + \tau) \tag{8}$$

Bilangan reproduksi dasar  $R_o = MD^{-1}$ , dengan  $M = \eta \frac{\zeta}{\theta} + \sigma$  dan  $D = \varphi + \theta + \tau$ , sehingga diperoleh:

$$R_o = \frac{\eta \frac{\zeta}{\theta} + \sigma}{\varphi + \theta + \tau} \tag{9}$$

**4. Kestabilan Titik Kesetimbangan Model**

Titik Kesetimbangan  $q_o, q_1$  dianalisis dengan menggunakan pelinear. Pertama-tama dilakukan linierisasi sistem persamaan (1)-(3) dengan menggunakan ekspansi deret Taylor sehingga diperoleh matriks Jacobian. Selanjutnya, masing-masing titik kesetimbangan disubstitusikan ke matriks Jacobian sehingga diperoleh persamaan karakteristik. Dari persamaan karakteristik, dilihat jenis kestabilan untuk masing-masing titik kesetimbangan berdasarkan nilai eigen yang diperoleh. Jika nilai eigen dari persamaan karakteristik bernilai negatif maka titik kesetimbangan model epidemi toksoplasmosis bersifat stabil lokal.

**a. Kestabilan Titik Kesetimbangan  $q_o = \left( \frac{\zeta}{\theta}, 0, 0 \right)$**

Linierisasi terhadap sistem persamaan (1)-(3) untuk titik kesetimbangan  $q_o = \left( \frac{\zeta}{\theta}, 0, 0 \right)$ , dimana saat  $I = 0$ , dan  $C = 0$  diperoleh matriks Jacobian berikut.

$$J_{q_o} = \begin{bmatrix} -\theta & \frac{-\eta\mu}{\theta} & \xi \\ 0 & \frac{-\eta\mu}{\theta} - \varphi - \tau - \theta + \sigma & 0 \\ 0 & \tau & -\theta - \xi \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari matriks Jacobian  $J_{q_o}$  ditentukan oleh persamaan  $|J_{q_o} - \lambda I| = 0$  dengan I merupakan matriks identitas. Dengan demikian, diperoleh nilai eigen  $\lambda_1 = -\theta$ ,  $\lambda_2 = -\theta - \xi$ , dan  $\lambda_3 = \frac{-\eta\mu}{\theta} - \varphi - \tau - \theta + \sigma$  dengan masing-masing nilai eigen bernilai negatif maka titik kesetimbangan  $q_o$  bersifat stabil asimtotik lokal.

**b. Kestabilan Titik Kesetimbangan  $q_1 = (S^*, I^*, C^*)$ .**

Linierisasi terhadap sistem persamaan (1) - (3) untuk titik kesetimbangan  $q_1 = (S^*, I^*, C^*)$ , dengan  $S^* = \frac{\varphi + \tau + \theta - \sigma}{\eta}$ ,  $I^* = \frac{\zeta(\theta + \xi) - \theta S^*(\theta + \xi)}{\eta S^*(\theta + \xi) - \xi \tau}$ , dan  $C^* = \tau \left( \frac{\zeta - \theta S^*}{\eta S^*(\theta + \xi) - \xi \tau} \right)$  diperoleh matriks Jacobian berikut.

$$J_{q_1} = \begin{bmatrix} -\theta - \frac{\eta(\zeta(\theta + \xi) - \theta(\theta + \xi)) \left( \frac{\varphi + \tau + \theta - \sigma}{\eta} \right)}{\varphi + \tau + \theta - \sigma - \xi \tau} & -(\varphi + \tau + \theta - \sigma) & \xi \\ \frac{\eta(\zeta(\theta + \xi) - \theta(\theta + \xi)) \left( \frac{\varphi + \tau + \theta - \sigma}{\eta} \right)}{\varphi + \tau + \theta - \sigma - \xi \tau} & 0 & 0 \\ 0 & \tau & -\theta - \xi \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari matriks Jacobian  $J_{q_1}$  ditentukan oleh persamaan  $|J_{q_1} - \lambda I| = 0$  dengan I merupakan matriks identitas. Berdasarkan persamaan karakteristik dari  $|J_{q_1} - \lambda I| = 0$ , diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut.

$$\lambda^3 + \lambda^2(2\theta + \xi + P) + \lambda((\theta + \xi)(\theta + P) + PM) - (\xi \tau P + (\theta + \xi)PM) = 0 \tag{10}$$

dengan  $M = \varphi + \tau + \theta - \sigma$ , dan  $P = \frac{\eta(\zeta(\theta + \xi) - \theta(\theta + \xi)) \left( \frac{\varphi + \tau + \theta - \sigma}{\eta} \right)}{\varphi + \tau + \theta - \sigma - \xi \tau}$ .

Pada persamaan (7) merupakan persamaan karakteristik polinomial berpangkat tiga sehingga untuk menentukan nilai eigen dari persamaan (10) digunakan perhitungan yang dilakukan oleh Yan-Bin (2013). Langkah pertama adalah dengan memisalkan setiap koefisien dari persamaan (10) dengan  $A = 1$ ,  $B = (2\theta + \xi + P)$ ,  $C = ((\theta + \xi)(\theta + P) + PM)$ , dan  $D = -(\xi \tau P + (\theta + \xi)PM)$ , sehingga persamaan (7) menjadi:

$$A\lambda^3 + B\lambda^2 + C\lambda - D = 0 \tag{11}$$

Akar-akar pada persamaan (11) sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -\frac{1}{3A} \left( B - \frac{\Pi}{2} + \frac{2(3CA - B^2)}{\Pi} \right)$$

$$\lambda_2 = -\frac{1}{3A} \left( B + \frac{\Pi}{4} + \frac{(3CA - B^2)}{\Pi} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \left( \frac{\Pi}{2} + \frac{2(3CA - B^2)}{\Pi} \right) \right)$$

$$\lambda_3 = -\frac{1}{3A} \left( B + \frac{\Pi}{4} + \frac{(3CA - B^2)}{\Pi} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \left( \frac{\Pi}{2} + \frac{2(3CA - B^2)}{\Pi} \right) \right)$$

dengan,

$$\Pi = (\Omega + 12\sqrt{3}\sqrt{\Phi})^{\frac{1}{3}}$$

$$\Omega = 36CBA - 108DA^2 - 8B^3$$

$$\Phi = 4AC^3 + C^2B^2 - 18CBAD + 27D^2A^2 + 4DB^3.$$

Selanjutnya, untuk menentukan nilai eigen dari persamaan (11) agar bernilai real negatif dan bersifat stabil asimtotik lokal terlebih dahulu memandang dua buah kondisi yaitu kondisi ketika  $\Pi > 0$  dan kondisi ketika  $\Pi < 0$  yang mana pada

masing-masing kasus memiliki syarat untuk  $\Phi = 0$  dan  $\Phi > 0$ . Dengan terpenuhinya kondisi yang diberikan dan syarat  $B > \frac{\pi}{2} - \frac{2(3CA-B^2)}{\pi}$  atau  $B > -\frac{\pi}{4} + \frac{(3CA-B^2)}{\pi}$  terpenuhi, maka dengan memperhatikan bagian real dari nilai eigen  $\lambda_i$ , diperoleh  $Re(\lambda_i) < 0, i = 1,2,3$ . Berdasarkan hasil yang diperoleh yaitu  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$ , dan  $\lambda_3 < 0$  maka titik kesetimbangan epidemi toksoplasmosis  $q_1$  bersifat stabil asimtotik lokal.

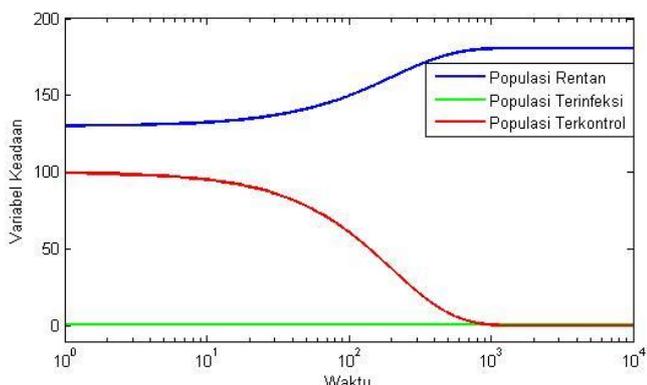
**5. Simulasi Numerik**

Nilai parameter model matematika pengendalian epidemi toksoplasmosis disajikan pada Tabel 1 Berikut.

**Tabel 1.** Nilai Parameter Dalam Simulasi Numerik

Parameter	Nilai
$\zeta$	0,898986
$\theta$	0,004971213
$\eta$	0,001505714
$\xi$	0,000123
$\tau$	0,0533
$\varphi$	0,000162335
$\sigma$	0,00000983845

Berdasarkan nilai-nilai parameter pada Tabel 1 diperoleh nilai  $R_0 = 0,000184586 < 1$ , maka sistem persamaan (1)-(3) memiliki satu titik kesetimbangan bebas penyakit toksoplasmosis yaitu  $q_0 = (118,0,0)$ . Selanjutnya untuk kestabilan titik kesetimbangan  $q_0$  diperoleh nilai eigen  $\lambda_1 = -0,00497121, \lambda_2 = -0,03730864, \text{ dan } \lambda_3 = -0,00497121$ , ini menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas epidemi toksoplasmosis  $q_0$  bersifat stabil asimtotik lokal. Simulasi numerik untuk trayektori dinamika bebas penyakit diberikan pada Gambar 2 berikut.

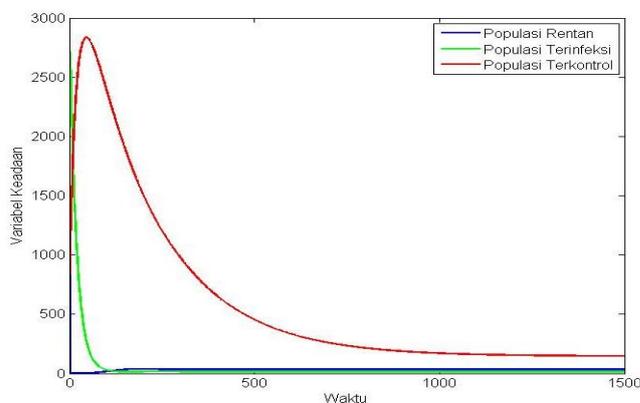


**Gambar 2.** Trayektori Dinamika Bebas Epidemi Toksoplasmosis

Gambar 2 menunjukkan perilaku system persamaan (1)-(3) tanpa adanya penyebaran toksoplasmosis di lingkungan masyarakat kota Lhokseumawe. Grafik tersebut mengalami kenaikan lalu turun hingga menuju masing-masing titik

setimbangnya. Dalam artian ketika diberikan nilai awal pada saat  $t$  1.000 hari, jumlah populasi yang terinfeksi toksoplasmosis dan populasi terkontrol terhadap penyakit toksoplasmosis menurun dan akan menuju ke titik setimbangnya yaitu sebanyak 0 orang, sedangkan jumlah populasi rentan meningkat menuju ke titik setimbangnya yaitu sebesar 181 orang. Kondisi tersebut menginterpretasikan bahwa populasi individu yang terinfeksi toksoplasmosis dan populasi terkontrol tidak ada dalam populasi, sedangkan populasi individu rentan cenderung masih dalam kondisi stabil. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa, pada kondisi ini tidak adanya penyebaran toksoplasmosis di kota Lhokseumawe.

Simulasi model ketika terjadinya penyebaran penyakit toksoplasmosis pada Gambar 3 diperoleh nilai  $R_0 = 5,00933 > 1$ , maka sistem persamaan (1)-(3) memiliki satu titik kesetimbangan epidemi toksoplasmosis yaitu  $q_1 = (35,13,144)$ . Selanjutnya untuk kestabilan titik kesetimbangan  $q_1$  diperoleh nilai eigen  $\lambda_1 = -0,002493, \lambda_2 = -0,014213$ , dan  $\lambda_3 = -0,014213$ , ini menunjukkan bahwa titik kesetimbangan epidemi toksoplasmosis  $q_1$  bersifat stabil asimtotik lokal. Simulasi numerik untuk trayektori dinamika epidemi penyakit toksoplasmosis diberikan pada Gambar 3 berikut.



**Gambar 3.** Trayektori Dinamika Terjadinya Penyebaran Penyakit Toksoplasmosis

Pada Gambar 3 menunjukkan bahwa untuk setiap nilai awal yang berbeda, pada saat  $t$  1.500 hari solusi menjauhi titik kesetimbangan  $q_0$  akan tetapi solusi dari beberapa nilai awal yang diberikan menuju ke satu titik yang sama yaitu titik kesetimbangan  $q_1$ . Dalam artian, untuk nilai awal yang berbeda jumlah populasi yang terinfeksi pada awalnya meningkat dan kemudian menurun mencapai 13, hal ini dipicu oleh meningkatnya jumlah populasi yang terkontrol. Peningkatan jumlah populasi terkontrol dapat disebabkan telah diberikannya perlakuan kepada masyarakat yang terinfeksi seperti obat-obatan, penyuluhan dalam mengatasi penyebaran toksoplasmosis, dan mengubah pola hidup menjadi

lebih sehat dan higienis. Dengan demikian, dinamika yang dapat dilihat pada kondisi ini adalah terjadinya penyebaran penyakit toksoplasmosis di lingkungan masyarakat dan dapat dikatakan untuk waktu yang lama penyebaran penyakit toksoplasmosis dapat hilang dari populasi.

#### D. SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan di atas, diperoleh kesimpulan bahwa pada model matematika epidemi toksoplasmosis terdiri dari tiga populasi yaitu populasi rentan, populasi terinfeksi dan populasi terkontrol dengan dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan epidemi toksoplasmosis di lingkungan masyarakat Kota Lhokseumawe. Hasil analisis model matematika ketika terjadinya penyebaran toksoplasmosis menunjukkan bahwa jumlah populasi yang terinfeksi awalnya meningkat dan kemudian menurun, hal tersebut dipicu oleh meningkatkan populasi terkontrol sehingga mengakibatkan populasi menuju kondisi stabil. Selanjutnya, peningkatan jumlah populasi terkontrol memberikan indikasi bahwa pengaruh terhadap penyebaran toksoplasmosis sangat berbahaya sehingga perlu dilakukan pengontrolan terhadap penyebaran penyakit seperti melakukan pengobatan bagi yang telah terinfeksi, mengikuti penyuluhan penyakit toksoplasmosis, dan mengubah pola hidup menjadi lebih sehat dan higienis baik lingkungan maupun makanan yang di konsumsi.

Selanjutnya dari penelitian yang telah dilakukan, tim peneliti menyarankan untuk melihat tingkat efektivitas pemberian terapi obat dapat mempengaruhi penyebaran toksoplasmosis pada wilayah kota Lhokseumawe, sehingga diperoleh dinamika epidemi toksoplasmosis pada setiap kondisi.

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Tim Penulis mengucapkan terima kasih Kepada kepada Kepala Dinas Kota Lhokseumawe dan Direktur RS. Cut Mutia beserta staf yang telah memberikan informasi dan data terkait penelitian ini. Kemudian ucapan terima kasih juga diberikan kepada Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat (DRPM) Kemenristekdikti RI yang telah mendanai penelitian ini melalui skema Penelitian Dosen Pemula (PDP) tahun anggaran 2019.

#### REFERENSI

- Agustin, P. D., & Mukono, J. (2016). Description Between Cats Exposure with Toxoplasmosis Disease on Cats Owner and Not- Cats Owner in Mulyorejo Subdistrict, Surabaya City. *Jurnal Kesehatan Lingkungan*, 8(1), 103-117. <https://doi.org/10.20473/jkl.v8i1.2015.103-117>
- Aisyi, M., & Tumbelaka, A. R. (2016). Pola Penyakit Infeksi pada Thalassemia. *Sari Pediatri*, 5(1), 27. <https://doi.org/10.14238/sp5.1.2003.27-33>
- Arenas, A. J., González-Parra, G., & Villanueva Micó, R. J. (2010). Modeling Toxoplasmosis Spread in Cat Populations Under Vaccination. *Theoretical Population Biology*, 77(4), 227-237. <https://doi.org/10.1016/j.tpb.2010.03.005>
- Aryani, I. G. A. D. (2017). Toksoplasmosis Kongenital. *Cdk*-225, 44(8), 537-539.
- Ashankyty, I. M. (2014). Seroprevalence of Toxoplasma Gondii Among Pregnant Women Visiting Maternity Hospital In Hail, KSA. *Life Science Journal*, 11(8), 355-359.
- Diego. F. A., González-Parra, G., & Benincasa, T. (2019). Mathematical Modeling and Numerical Simulations of Zika in Colombia Considering Mutation. *Mathematics and Computers in Simulation*, 163, 1-18. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2019.02.009>
- Gyang, V. P., Akinwale, O. P., Lee, Y. L., Chuang, T. W., Orok, A., Ajibaye, O., ... Fan, C. K. (2015). Toxoplasma Gondii Infection: Seroprevalence and Associated Risk Factors Among Primary Schoolchildren in Lagos City, Southern Nigeria. *Revista Da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical*, 48(1), 56-63. <https://doi.org/10.1590/0037-8682-0310-2014>
- Hanafiah, M., Kamaruddin, M., Nurcahyo, W., & Winaruddin. (2010). Studi Infeksi Toksoplasmosis Pada Manusia dan Hubungannya Dengan Hewan di Banda Aceh. *Jurnal Kedokteran Hewan*, 4(2), 87-92.
- Ibrahim, S., Maqbool, A., Ijaz, M., Durrani, A. Z., & Rehman, A. (2012). Seroprevalence of anti-Toxoplasma Gondii Antibodies in Captive Birds in Lahore, Pakistan. *Pakistan Journal of Zoology*, 44(4), 1174-1176.
- Kato, K. (2018). How Does Toxoplasma Gondii Invade Host Cells? *Journal of Veterinary Medical Science*, 80(11), 1702-1706. <https://doi.org/10.1292/jvms.18-0344>
- Nurcahyo, W. (2012). *Toksoplasmosis pada Hewan dan Manusia*. Yogyakarta: Samudera Biru.
- Renny Yulianti Sari, B., Muhammad Gugun, A., Pendidikan Dokter, P., Kedokteran dan Ilmu Kesehatan, F., Muhammadiyah Yogyakarta, U., Patologi Klinik, B., & Kedokteran dan Ilmu Kesehatan, F. (2014). Prevalensi Seropositif IgM/IgG Toksoplasma pada Wanita Pranikah dan Tinjauan Faktor Risiko Kepemilikan Kucing. *Mutiara Medika*, 14(1), 1-7.
- Ririh Yudhastuti. (2017). *Iklim dan Cuaca Mempengaruhi Penularan Virus Dengue*. Unair News.
- Sari, D. P., Danardono, & E, A. R. (2016). *Pembentukan Struktur Bayesian Network dari Data*. Artikel, KNM XVIII.
- Wijayanti, T., & Marbawati, D. (2018). Keanekaragaman,

Deteksi dan Peranan Tikus terhadap Penularan Toksoplasmosis di Kabupaten Banjarnegara. *BALABA: Jurnal Litbang Pengendalian Penyakit Bersumber Binatang Banjarnegara*, 14(2), 169-180. <https://doi.org/10.22435/blb.v14i2.188>

Yanni, M. H. (2017). *Model Matematika Penyebaran Parasit Toksoplasma Gondii pada Inang Perantara dengan Interaksi Secara Tidak Langsung oleh Inang Definitive*. Tesis, Gadjah Mada University.