JUSTEK : JURNAL SAINS DAN TEKNOLOGI
http://journal.ummat.ac.id/index.php/justek
ISSN 2620-5475
Vol. 6, No. 4, Desember 2023, Hal. 435-446

OPTIMASI KEUNTUNGAN PENJUALAN DENGAN MENGGUNAKAN METODE *KARUSH-KUHN-TUCKER* (KKT)

[1]Faisal Anshori Nasution, [2]Hendra Cipta, [3]Nenna Irsa Syahfitri
[1]Matematika, Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Medan, Indonesia
faisalanshori002@gmail.com

ARTICLE INFO

Article History:

Diterima : 01-11-2023
Disetujui : 02-12-2023

Keywords:
Lagrange Method; Karush-Kuhn-Tucker Method; Advantages Optimize

ABSTRACT

Abstract: *This research aims to find out how many brownies are prosuced each day in orer to obtain optimal daily profits using the Karush-Kuhn-Tucker method. The Karush-Kuhn-Tucker method is a technique that can be used to find the optimum point of an objective function regardless of whether it is linear or non-linear. Completion using this method results in optimal sales each product, namely 1.500 chocolate brownies, 1.154 packages of durian brownies, 667 packages of pandan brownies and 500 packages of strawberry brownies, so the total sales profit is IDR. 6.559.538,08 a day.*

Abstrak: Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui berapa banyak produksi per hari brownies supaya memperoleh keuntungan harian yang optimal dengan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker*(KKT). Metode *Karush-Kuhn-Tucker* merupakan suatu teknik yang dapat digunakan untuk mencari titik optimum dari suatu fungsi tujuan tanpa mandang apakah bersifat linier atau nonlinier. Penyelesaian dengan metode ini menghasilkan penjualan optimal dari masing-masing produk yaitu brownies coklat sebanyak 1.500 kemasan, brownies durian sebanyak 1.154 kemasan, brownies pandan sebanyak 667 kemasan dan brownies strawberry sebanyak 500 kemasan, maka total keuntungan penjualan yaitu Rp. 6.559.538,08 per hari.

Crossref
https://doi.org/10.31764/justek.vXiY.ZZZ

A. LATAR BELAKANG

Penjualan merupakan suatu kegiatanatau usaha yang dilakukan untuk memindahkan suatu produk dari produsen kepada konsumen demi mendapatkan keuntungan dari produk ataupun barang yang dihasilkan produsennya dengan pengelolaan yang baik (Elvin, et al., 2019). Dalam proses penjual tentunya ingin mendapatkan keuntungan yang maksimal dengan meminimalkan biaya modal tetapi tidak mengurangi kualitas dari produk yang dijual. Teknik optimasi digunakan untuk memberikan solusi yang terbaik dari hal terburuk atau hal yang terbaik, tergantung masalah yang dihadapi. Optimasi memerlukan strategi yang bagus dalam mengambil keputusan agar diperoleh hasil yang optimum.

NR Brownies adalah salah satu perusahaan Brownies yang terletak di daerah Jalan Benteng Hilir, Medan Tembung, Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang, Sumatra Utara merupakan salah satu perusahaan yang bergerak di sektor Produksi bolu Brownies. NR Brownies merupakan perusahaan yang kegiatan bisnis utamanya memproduksi brownies dan beberapa kue. Selain memproduksi, perusahaan ini juga melakukan penjualan secara langsung atau juga mendistribusikan produk mereka ke berbagai daerah diluar kota Medan. Dalam hal ini setiap pengusaha atau perusahaan pasti memiliki sedikit banyaknya masalah dalam pengelolan perusahaaan.

Masalah yang sering dihadapi perusahaan salah satunya yaitu dimana pengeluaran untuk modal disebabkan oleh kenaikannya bahan baku pembuatan brownies, jumlah perminataan meningkat dan keuntungan yang mulai menipis yang disebabkan oleh kenaikan bahan baku pembuatan brownies. Hal tersebut dikarenakan NR Brownies belum memiliki metode yang tepat dalam mengelolah sebagaimana mencari keuntungan yang baik dalam menjalankan bisnis tersebut.

Terdapat banyak metode yang digunakan untuk mencari nilai optimal yaitu metode Program Linier, metode Simpleks, Branch and Bound, metode *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) dan yang lainnya. Sehingga untuk menyelesaiakan masalah optimasi penjualan, penulis memilih menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) (Nurmayanti & Sudrajat., 2021). Dalam penelitian ini akan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) yang dimana memiliki kelebihan dapat menyelesaikan masalah optimasi dengan kendala pertidaksamaan.

Metode *Karush-Kuhn-Tucker* yaitu metode optimasi suatu fungsi tujuan dengan pembatas/kendala yang berbentuk pertidaksamaan yang merupakan salah satu kelebihan dari metode ini. Metode ini mengembangkan metode *Lagrange* dalam optimasi dengan kendala/pembatas pertidaksamaan (Mardiyanti, dkk., 2021). Metode *Lagrange* juga dapat digunakan dalam optimasi yang berbentuk pertidaksamaan, apabila diberikan syarat perlu dan syarat cukup *Karush-Kuhn-Tucker*. Metode *Karush-Kuhn-Tucker* juga dapat digunakan dalam penyelesaian nilai optimal (maksimal atau minimal) suatu fungsi tanpa melihat fungsi linier dan nonlinier.

Penelitian ini merujuk pada penelitian-penelitian sebelumnya, diantaranya oleh Afina Sa'ban (2020) menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker*untuk menentukan hasil produksi yang optimal. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jumlahh produksi yang optimal dapat ditentukan dengan metode *Karush-Kuhn-Tucker*. Safitri, dkk (2019) menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* untuk mengoptimalkan hasil produksi Toko Baju Mitra. Keuntungan dari produksi toko Baju Mitra dapat maksimal. Hasil penelitian menunjukkan bahwa permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan metode *Karush-Kuhn-Tucker*. Rahmi Yulanda (2021) menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* untuk mengoptimasikan Biaya Pemupukan Tanaman Padi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan metode *Karush-Kuhn-Tucker*.

Berdasarkan uraian latar belakang yang telah disebutkan sebelumnya bahwa permasalahan mendasar adalah untuk menentukan berapa banyak jumlah brownies yang harus diproduksi supaya memperoleh keuntungan yang optimal dengan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT). Yang memiliki tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengetahui berapa banyak jumlah produksi per hari brownies supaya memperoleh keuntungan harian yang optimal dengan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT).

B. METODE PENELITIAN

PROGRAM LINIER

Linier Programming (LP) / Pemrograman Linier merupakan suatu model yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah pengalokasian sumber-sumber yang terbatas secara optimal dengan menggunakan model matematika. Sumber-sumber yang dimaksud dapat berupa bahan baku, peralatan dan mesin, ruang, waktu dan orang.

1. Fungsi Tujuan
   Maksimalkan atau minimalkan

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \ldots + C_n X_n \qquad \ldots\ldots (1)$$

2. Sumber daya yang membatasi / kendala

$$\begin{aligned} &a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \ldots + a_n x_n = / \leq / \geq b_1 \\ &a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + \ldots + a_{2n} x_n = / \leq / \geq b_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a_{m1}x_{m1} + a_{m2}x_{m2} + \ldots + a_{mn} x_n = / \leq / \geq b_m \end{aligned} \qquad \ldots\ldots (2)$$

METODE PENGALI *LAGRANGE*

Metode Pengali *Lagrange* digunakan untuk mencari solusi dari satu permasalahan titik ekstrim dari beberapa varibel dan fungsi yang memenuhi semua persamaan kendala. Fungsi *Lagrange* dipakai dalam menyelesaikan permasalahan optimasi dengan kendala persamaan. Bentuk fungsi baru tersebut dapat ditulis sebagai berikut (Khoerunisa dan Liebenlito., 2017):

$$F(f, x, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y) \qquad \ldots\ldots (3)$$

Dengan syarat : $\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0.$

METODE *KARUSH-KUHN-TUCKER* (KKT)

Metode *Karush-Kuhn-Tucker* adalah suatu metode untuk menentukan nilai optimum suatu fungsi dengan kendala berupa suatu pertidaksamaan. Prosedur menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* untuk memecahkan suatu masalah optimasi dengan kendala berupa pertidaksamaan, secara esensial melibatkan langkah-langkah yang sama seperti halnya dalam menggunakan metode *Lagrange* untuk memecahkan masalah optimasi dengan kendala berupa persamaan.

Penguraian bahwa kendala pertidaksamaan dapat ditransformasikan dengan menambahkan *slack* variabel tak negatif S_i^2, shingga menjadi

$$g_i(x) + S_i^2 = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \ldots, m$$

Dimana *slack* variabel belum diketahui, maka masalah optimasi tersebut menjadi

Maksimumkan : $f(x)$

Kendala $g_i(x) + S_i^2 = 0$ untuk $i = 1, 2, \ldots, m$

Masalah tersebut dapat diselesaikan dengan metode *Lagrange*, maka fungsi *Lagrange* untuk masalah ini adalah (Sa'ban., 2021) :

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left(g_i(x) - b + S_i^2\right) \qquad \ldots\ldots(4)$$

Keterangan :

$L(x, \lambda, S)$: Fungsi *Lagrange*

$f(x)$: Fungsi Tujuan dalam Optimasi
x : Variabel Keputusan
λ_i : Pengali *Lagrange*
$g_i(x)$: Fungsi Kendala
b : Nilai Kanan pada Fungsi Kendala
m : Banyak Fungsi Kendala
S_i^2 : Variabel *Slack*

Syarat *Karush-Kuhn-Tucker* untuk masalah maksimasi dapat dirangkum sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = (x, \lambda, S) = 0 \quad \text{untuk } i = 1, 2, \ldots, m \qquad \text{.....(5)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = (x, \lambda, S) = 0 \quad \text{untuk } i = 1, 2, \ldots, m \qquad \text{.....(6)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_i} = (x, \lambda, S) = 0 \quad \text{untuk } i = 1, 2, \ldots, m \qquad \text{......(7)}$$

Tabel 1. Syarat Cukup Metode *Karush-Kuhn-Tucker* (Safitri, et al., 2019)

Syarat cukup metode *Karush-Kuhn-Tucker*			
Jenis Optimasi	$f(x)$	$g_i(x)$	λ_i
Maksimalkan	Konkaf (Cekung)	$\begin{cases} Konveks \\ Konkaf \\ Linier \end{cases}$	$\geq 0 (i = 1, 2, \ldots, m)$ $\leq 0 (i = m+1, \ldots, n)$ tidak terbatas tanda $(i = n+1, n+2, \ldots, p)$
Minimalkan	Konveks (cembung)	$\begin{cases} Konveks \\ Konkaf \\ Linier \end{cases}$	$\geq 0 (i = 1, 2, \ldots, m)$ $\leq 0 (i = m+1, \ldots, n)$ tidak terbatas tanda $(i = n+1, n+2, \ldots, p)$

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Data Bahan Baku Pembuatan Brownies

Tabel 2. Data bahan-bahan pembuatan brownies (Sumber : Perusahan NR Brownies)

Bahan-bahan	Bahan-Bahan Untuk Satu Kemasan Brownies (g)				Bahan yang tersedia per hari (g)
	Brownies Coklat	Brownies Durian	Brownies Pandan	Brownies Strawberry	

Tepung terigu	12,5	16.6	15	20	66.250
Telur	10,8	13,3	12,5	15	56.250
Minyak	11,6	15,3	14	18	62.000
Gula	12,6	16	13,75	17	62.750
Pengembang	0,08	0,1	0,1	0,15	1.375
Pasta coklat	0,15	-	-	-	225
Pasta durian	-	0.13	-	-	150
Pasta pandan	-	-	0,15	-	100
Pasta strawberry	-	-	-	0,2	100

2. Data Modal dan Harga Jual Brownies

Modal merupakan seluruh biaya langsung yang dikeluarkan untuk memperoleh suatu produk yang dijual. Harga jual untuk masing-masing produk memiliki harga yang berbeda-beda karena menggunakan jenis bahan yang berbeda. Data modal dan harga jual Brownies dapat dilihat pada table berikut ini:

Tabel 3. Data modal dan harga jual (Rupiah) Brownies

	Brownies coklat	Brownies durian	Brownies pandan	Brownies strawberry
Modal per kemasan (Rupiah)	8.500	8.000	8.500	8.000
Harga jual per kemasan (Rupiah)	10.000	10.000	10.000	10.000
Keuntungan (Rupiah)	1.500	2.000	1.500	2.000

3. Perumusan Variabel Keputusan

Variable keputusan pada penelitian adalah :

x_1 = banyaknya brownies coklat yang diproduksi

x_2 = banyaknya brownies durian yang diproduksi

x_3 = banyaknya brownies pandan yang diproduksi

x_4 = banyakya brownies strawberry yang diproduksi

4. Perumusan Model Program Linier

Membentuk model program linier dari data di atas:

$$f(x) = 1.500x_1 + 2.000x_2 + 1.500x_3 + 2.000x_4$$

$$\begin{aligned}
g_1(x) &= 12,5x_1 + 16,6x_2 + 15x_3 + 20x_4 \le 66.250\\
g_2(x) &= 10,8x_1 + 13,3x_2 + 12,5x_3 + 15x_4 \le 56.250\\
g_3(x) &= 11,6x_1 + 15,3x_2 + 14x_3 + 18x_4 \le 62.000\\
g_4(x) &= 12,6x_1 + 16x_2 + 13,75x_3 + 17x_4 \le 62.750\\
g_5(x) &= 0,08x_1 + 0,1x_2 + 0,1x_3 + 0,15x_4 \le 1.375\\
g_6(x) &= 0,15x_1 \le 225\\
g_7(x) &= 0,13x_2 \le 150\\
g_8(x) &= 0,15x_3 \le 100\\
g_9(x) &= 0,2x_4 \le 100
\end{aligned}$$

Mengubah kendala menjadi bentuk persamaan dengan menambahkan variabel *slack* pada setiap $g_i(x)$. Maka dihasilkan bentuk persamaan sebagai berikut:

$$f(x) = 1.500x_1 + 2.000x_2 + 1.500x_3 + 2.000x_4$$

$$\begin{aligned}
g_1(x) &= 12,5x_1 + 16,6x_2 + 15x_3 + 20x_4 + S_1^2 = 66.250\\
g_2(x) &= 10,8x_1 + 13,3x_2 + 12,5x_3 + 15x_4 + S_2^2 = 56.250\\
g_3(x) &= 11,6x_1 + 15,3x_2 + 14x_3 + 18x_4 + S_3^2 = 62.000\\
g_4(x) &= 12,6x_1 + 16x_2 + 13,75x_3 + 17x_4 + S_4^2 = 62.750\\
g_5(x) &= 0,08x_1 + 0,1x_2 + 0,1x_3 + 0,15x_4 + S_5^2 = 1.375\\
g_6(x) &= 0,15x_1 + S_6^2 = 225\\
g_7(x) &= 0,13x_2 + S_7^2 = 150\\
g_8(x) &= 0,15x_3 + S_8^2 = 100\\
g_9(x) &= 0,2x_4 + S_9^2 = 100
\end{aligned}$$

Setelah itu bentuk fungsi *Lagrange* sebagai berikut :

$$L(x.\lambda,S)=f(x)+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\left(g_i(x)-b+S_i^2\right)$$

$$L\left(x_1,x_2,x_3,x_4,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\lambda_5,\lambda_6,\lambda_7,\lambda_8,\lambda_9,S_1,S_3,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9\right)$$

$$\begin{aligned}
&=1.500x_1+2.000x_2+1.500x_3+2.000x_4\\
&\quad+\lambda_1\left(12,5x_1+16,6x_2+15x_3+20x_4+S_1^2-66.250\right)\\
&\quad+\lambda_2\left(10,8x_1+13,3x_2+12,5x_3+15x_4+S_2^2-56.250\right)\\
&\quad+\lambda_3\left(11,6x_1+15,3x_2+14x_3+18x_4+S_3^2-62.000\right)\\
&\quad+\lambda_4\left(12,6x_1+16x_2+13,75x_3+17x_4+S_4^2-62.750\right)\\
&\quad+\lambda_5\left(0,08x_1+0,1x_2+0,1x_3+0,15x_4+S_5^2-1375\right)\\
&\quad+\lambda_6\left(0,15x_1+S_6^2-225\right)+\lambda_7\left(0,13x_2+S_7^2-150\right)\\
&\quad+\lambda_8\left(0,15x_3+S_8^2-100\right)+\lambda_9\left(0,2x_4+S_9^2-100\right)
\end{aligned}$$

Selanjutnya mengubah fungsi *Lagrange* menjadi fungsi *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) dengan bentuk umum:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i}=(x,\lambda,s)=0 \quad ; \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_i}=(x,\lambda,s)=0 \quad ; \quad \frac{\partial L}{\partial S_i}=(x,\lambda,s)=0$$

Sehingga menjadi persamaan sebagai berikut L:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1}=1.500+12,5\lambda_1+10,8\lambda_2+11,6\lambda_3+12,6\lambda_4+0,08\lambda_5+0,15\lambda_6=0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2}=2.000+16,6\lambda_1+13,3\lambda_2+15,3\lambda_3+16\lambda_4+0,1\lambda_5+0,13\lambda_7=0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3}=1.500+15\lambda_1+12,5\lambda_2+14\lambda_3+13,75\lambda_4+0,1\lambda_5+0,15\lambda_8=0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_4}=2.000+20\lambda_1+15\lambda_2+18\lambda_3+17\lambda_4+0,15\lambda_5+0,2\lambda_9=0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1}=12,5x_1+16,6x_2+15x_3+20x_4+S_1^2-66.250=0 \tag{12}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2}=10,8x_1+13,3x_2+12,5x_3+15x_4+S_2^2-56.250=0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3}=11,6x_1+15,3x_2+14x_3+18x_4+S_3^2-62.000=0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4}=12,6x_1+16x_2+13,75x_3+17x_4+S_4^2-62.750=0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_5}=0,8x_1+0,1x_2+0,1x_3+0,15x_4+S_4^2-1375=0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_6}=0,15x_1+S_6^2-225=0 \tag{17}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_7}=0,13x_2+S_7^2-150=0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_8}=0,15x_3+S_8^2-100=0 \tag{19}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_9}=0,2x_4+S_9^2-100=0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_1}=2\lambda_1S_1=0 \tag{21}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_2}=2\lambda_2S_2=0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_3} = 2\lambda_3 S_3 = 0 \tag{23}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_4} = 2\lambda_4 S_4 = 0 \tag{24}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_5} = 2\lambda_5 S_5 = 0 \tag{25}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_6} = 2\lambda_6 S_6 = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_7} = 2\lambda_7 S_7 = 0 \tag{27}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_8} = 2\lambda_8 S_8 = 0 \tag{28}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_9} = 2\lambda_9 S_9 = 0 \tag{29}$$

Berdasarkan dari persamaan (21) sampai (29) diperoleh nilai S_1 sampai S_9 masing-masing bernlai nol. Maka substitusikan ke persamaan (12) sampai dengan (20) sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 12,5x_1 + 16,6x_2 + 15x_3 + 20x_4 - 66.250 = 0 \tag{30}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 10,8x_1 + 13,3x_2 + 12,5x_3 + 15x_4 - 56.250 = 0 \tag{31}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = 11,6x_1 + 15,3x_2 + 14x_3 + 18x_4 - 62.000 = 0 \tag{32}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = 12,6x_1 + 16x_2 + 13,75x_3 + 17x_4 - 62.750 = 0 \tag{33}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_5} = 0,8x_1 + 0,1x_2 + 0,1x_3 + 0,15x_4 - 1375 = 0 \tag{34}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_6} = 0,15x_1 + S_6^2 - 225 = 0 \tag{35}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_7} = 0,13x_2 + S_7^2 - 150 = 0 \tag{36}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_8} = 0,15x_3 + S_8^2 - 100 = 0 \tag{37}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_9} = 0,2x_4 + S_9^2 - 100 = 0 \tag{38}$$

Berdasarkan persamaan (8) sampai (11) akan diperoleh nilai λ dengan mengeliminasi persamaan tersebut maka muncul persamaan persamaan berikut :

Eliminasi dari persamaan (8) sampai (11) akan menghasilkan persamaan yang baru yaitu:

$$12,5\lambda_1 + 10,8\lambda_2 + 11,6\lambda_3 + 12,6\lambda_4 + 0,08\lambda_5 + 0,15\lambda_6 = -1.500 \tag{39}$$

$$16,6\lambda_1 + 13,3\lambda_2 + 15,3\lambda_3 + 16\lambda_4 + 0,1\lambda_5 + 0,13\lambda_7 = -2.000 \tag{40}$$

$$15\lambda_1 + 12,5\lambda_2 + 14\lambda_3 + 13,75\lambda_4 + 0,1\lambda_5 + 0,15\lambda_8 = -1.500 \tag{41}$$

$$20\lambda_1 + 15\lambda_2 + 18\lambda_3 + 17\lambda_4 + 0,15\lambda_5 + 0,2\lambda_9 = -2.000 \tag{42}$$

$$20,7\lambda_1 + 15,8\lambda_2 + 19\lambda_3 + 19,4\lambda_4 + 0,12\lambda_5 - 0,15\lambda_6 + 0,26\lambda_7 = -2.500 \tag{43}$$

$$17,5\lambda_1 + 14,2\lambda_2 + 16,4\lambda_3 + 14,9\lambda_4 + 0,12\lambda_5 + 0,13\lambda_7 + 0,3\lambda_8 = -1.500 \qquad (44)$$

$$13,4\lambda_1 + 11,7\lambda_2 + 12,7\lambda_3 + 11,5\lambda_4 + 0,15\lambda_5 - 0,13\lambda_7 + 0,3\lambda_8 = -1.000 \qquad (44)$$

$$23,4\lambda_1 + 16,7\lambda_2 + 20,7\lambda_3 + 18\lambda_4 + 0,2\lambda_5 + 0,13\lambda_7 + 0,4\lambda_9 = -2.000 \tag{45}$$

$$25\lambda_1 + 17,5\lambda_2 + 22\lambda_3 + 19,25\lambda_4 + 0,2\lambda_5 - 0,15\lambda_8 + 0,4\lambda_9 = -2.500 \tag{46}$$

Untuk memperoleh nilai λ, maka persamaan (39) sampai persamaan (46) dapat dibentuk menjadi matriks $A_{9\times 9}$ dan $B_{9\times 1}$ yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} 12,5 & 10,8 & 11,6 & 12,6 & 0,08 & 0,15 & 0 & 0 & 0 \\ 16,6 & 13,3 & 15,3 & 16 & 0,1 & 0 & 0.13 & 0 & 0 \\ 15 & 12,5 & 14 & 13,75 & 0,1 & 0 & 0 & 0,15 & 0 \\ 20 & 15 & 18 & 17 & 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0,2 \\ 20,7 & 15,8 & 19 & 19,4 & 0,12 & -0,15 & -0.26 & 0 & 0 \\ 17,5 & 14,2 & 16,4 & 14,9 & 0,12 & -0,15 & 0 & 0,3 & 0 \\ 13,4 & 11,7 & 12,7 & 11,5 & 0,15 & 0 & -0.13 & 0,3 & 0 \\ 23,4 & 16,7 & 20 & 18 & 0,2 & 0 & 0.13 & 0 & 0,4 \\ 25 & 17,5 & 22 & 19,25 & 0,2 & 0 & 0 & -0,15 & 0,4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1.500 \\ -2.000 \\ -1.500 \\ -2.000 \\ -2.500 \\ -1.500 \\ -1.000 \\ -2.000 \\ -2.500 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya mengalikan invers matriks *A* dengan matriks *B*. sehingga diperoleh nilai matriks λ_i sebagai berikut:

F.

$$\lambda_i = \begin{bmatrix} \text{-0.0321} \\ \text{-0.0869} \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ \text{-0.0000} \\ \text{-0.0323} \\ 0.0000 \\ 2.0266 \\ 1.1343 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan perkalian matriks di atas, maka diperoleh nilai λ_i sebagai berikut:

G.

λ_1=-0.0321
λ_2=-0.0869
λ_3=0.0000
λ_4=0.0000
λ_5=-0.0000
λ_6=-0.0323
λ_7=0.0000
λ_8=2.0266
λ_9=1.1343

Syarat cukup metode *Karush-Kuhn-Tucker* untuk kasus linier adalah λ yang tidak dibatasi oleh tanda artinya $\lambda_i \geq 0$ dan $\lambda_i \leq 0$, maka terpenuhi syarat cukup metode *Karush-Kuhn-Tucker.* Selanjutnya, dalam mencari nilai x_1, x_2, x_3, x_4 yang dimana nilai x_1, x_2, x_3, x_4 yaitu $x_1 = 1.500$, $x_2 = 1.154$, $x_3 = 667$, $x_4 = 500$.

H.

Setelah memperoleh nilai (x_i, λ_i, S_i) kedalam fungsi *Lagrange* yang telah dibentuk untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal, sehingga diperoleh:

$$L(x.\lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left(g_i(x) - b + S_i^2\right)$$

$$\begin{aligned}
&L\left(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8, \lambda_9, S_1, S_3, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9\right)\\
&= 1.500(1.500) + 2.000(1.154) + 1.500(667) + 2.000(500)\\
&\quad + (-0.0321)\big(12,5(1.500) + 16,6(1.154) + 15(667) + 20(500) - 66.250\big)\\
&\quad + (-0.0869)\big(10,8(1.500) + 13,3(1.154) + 12,5(667) + 15(500) - 56.250\big)\\
&\quad + 0,0000\big(11,6(1.500) + 15,3(1.154) + 14(667) + 18(500) - 62.000\big)\\
&\quad + 0.0000\big(12,6(1.500) + 16(1.154) + 13,75(667) + 17(500) - 62.750\big)\\
&\quad + (-0.0000)\big(0,08(1.500) + 0,1(1.154) + 0,1(667) + 0,15(500) - 1375\big)\\
&\quad + (-0.0323)\big(0,15(1.500) - 225\big) + (0,0000)\big(0,13(1.154) - 150\big)\\
&\quad + 2.0266\big(0,15(667) - 100\big) + 1.1343\big(0,2(500) - 100\big)\\
&= 6.559.538,08
\end{aligned}$$

5. PEMBAHASAN

Hasil keuntungan penjualan yang telah di peroleh, diketahui bahwa untuk mencari keuntungan penjualan dengan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* harus menentukan variabel-variabel keputusan, fungsi tujuan, dan fungsi kendalanya. Dalam penelitian ini untuk variabel-variabel keputusan yang digunakan adalah x_1 adalah banyaknya brownies coklat yang diproduksi, x_2 adalah banyaknya brownies durian yang diproduksi, x_3 adalah banyaknya brownies pandan yang diproduksi dan x_4 adalah banyaknya brownies strawberry yang diproduksi. Setelah menentukan semua variabel-variabel keputusan maka senlanjutnya yaitu menentukan fungsi tujuan. Fungsi tujuan ini ditentukan dari keuntungan penjualan yang didasari oleh harga jual – harga modal. Dari sinilah fungsi tujuan ditentukan dan menjadi persamaan $f(x) = 1.500x_1 + 2.000x_2 + 1.500x_3 + 2.000x_4$. Jika fungsi tujuan telah diperoleh maka selanjutnya menentukan fungsi kendala. Fungsi kendala merupakan keterbatasan aspek dalam masalah penelitian.

Setelah variabel-variabel keputusan, fungsi tujuan dan fungsi kendala telah ditentukan selanjutnya mencari keuntungan dengan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* . Sebelum itu metode *Karush-Kuhn-Tucker* ini memiliki syarat cukup λ yang tidak dibatasi oleh tanda artinya $\lambda_i \geq 0$ dan $\lambda_i \leq 0$.

Dalam kasus ini syarat cukup metode *Karush-Kuhn-Tucker* terpenuhi karena λ yang tidak dibatasi oleh tanda artinya $\lambda_i \geq 0$ dan $\lambda_i \leq 0$, selanjutnya menentukan nilai nilai x_1, x_2, x_3, x_4 yaitu $x_1 = 1.500,\ x_2 = 1.154,\ x_3 = 667, x_4 = 500$.

Maka hasil keuntungan penjualan dengan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* dengan nilai λ dan x yang telah diperoleh dan menggunakan fungsi *Lagrange* untuk mendapatkan keuntungan penjualan yang optimal yaitu $L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left(g(x_i) - b + S_i^2 \right)$ dengan penjualan optimal dari masing-masing produk yaitu brownies coklat sebanyak 1.500 kemasan, brownies durian sebanyak 1.154 kemasan, brownies panadan sebanyak 667 kemasan dan brownies strawberry sebanyak 500 kemasan, maka total keuntungan penjualan yaitu Rp. 6.559.538,08 per hari.

D. SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada bab pembahasan yang telah dilakukan oleh peneliti tentang optimasi keuntungan penjualan dengan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* dengan menarik sebuah kesimpulan yakni pada perhitungan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* memperoleh optimasi keuntungan penjualan di NR Brownies didapatkan penjualan optimal dari masing-masing produk yaitu brownies coklat sebanyak 1.500 kemasan, brownies durian sebanyak 1.154 kemasan, brownies panadan sebanyak 667 kemasan dan brownies strawberry sebanyak 500 kemasan, maka total keuntungan penjualan yaitu Rp. 6.559.538,08 per hari.

Untuk penelitian selanjutnya agar dapat meneliti lebih lanjut dari optimasi keuntungan penjualan dengan menggunakan metode *Karush-Kuhn-Tucker* dan menggunakan metode tambahan atau membandingkan dengan metode yang lainnya dan Perusahan NR. Brownies diharapkan agar lebih memperhatikan kembali strategi untuk mengoptimalkan keuntungan penjualan sehingga keuntungan penjualan tidak mengalami penurunan.

REFERENSI

Agustina, E., Sufri, & Rozi, S. (2021). Optimasi Keuntungan Menggunakan Metode Karush-Kuhn-Tucker (Studi Kasus: Mi Aceh Pattimura Di Jambi). *Focus Action Of Research Mathematic* , 83-89.

Budiasih, Y., & Asriyal. (2020). Penyusunan Anggaran Penjualan, Optimasi Keuntngan Menggunakan Metode Kuhn-Tucker pada Industri Olahan Daging Ayam Beku " The Endeus". *Jurnal Penelitian Manajemen* , 308-318.

Cipta, H., Hawari, H. L., & Dur, S. (2021). Optimasi Prouksi Bandrek Dengan Penerapan Metode Goal Pogramming. *Journal of Maritime and Education*, 202-206.

Fadilah, N. (2020). Pemodelan Matematika Terhadap Keuntungan HARIAN Penjualan Produk di Toko Kholidi. *Jurnal Manajemen Tools* , 45-59.

Janova, I. P., Asih, N., & Widana, I. (2015). Optimalisasi Penjualan Kain Endek Dengan Metode Karush-Kuhn-Tucker. *E-Jurnal Matematika*, 158-162.

Khoerunisa, & Liebenlito, M. (2017). Kombinasi Persyaratan Karush-Kuhn-Tucker dan Metode Branch and Bound Pada Pemrograman Kuadratik Konveks Bilangan Bulat Murni. *Jurnal Logika* , 52-60.

Mardiyanti, Narendra, R., & Sanwidi, A. (2021). Penerapan Prograam Linier Dalam Pengoptimalan Keuntungan Produksi di Home Industry Comod Cookies Menggunakan Metode Kuhn-Tucker. *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan* , 427-440.

Nur, W., Rachman, H., & Mukhlish, N. A. (2017). Solusi Pemrograman Nonlinier Desain Kamar Kost dengan Menggunakan Syarat Karush-Kuhn-Tucker (KKT). *Jurnal Pendidikan MIPA* , 121-123.

Nurmayanti, L., & Sudrajat, A. (2021). Implementasi Linear Programming Metode Simpleks Pada Home Industry. *Jurnal Manajemen*, 431-438.

Quoc , P. K., & Minh, N. T. (2018). Higher Order Karush-Kuhn-Tucker Condition In Nonsmooth Optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 820-848.

R., O. S., & Binsasi, E. (2021). Optimalisasi Sistem Alokasi dan Penjadwalan pada Rantai Pasokan dengan Menggunakan Metode Karush-Kuhn-Tucker (KKT). *Jurnal Saintek Lahan Kering* , 9-11.

Rosa, D, I ., & Sari, P. (2019). Penerapan Model Linear Programming Untuk Mengoptimalkan Jumlah Produksi Dalam Memperoleh Keuntungan Maksimal (Studi Kasus Pada Usaha Angga Perabot). *Jurnal Manajemen Inovasi*, 98-115.

Sa'ban, A. Penerapan Metode Karush-Kuhn-Tucker untuk Optimalisasi Produksi. Skripsi. Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. 2020

Safitri, E., Basriati, S., & Zahara, A. (2019). Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Kuhn-Tucker (Studi Kasus: Toko Baju Mitra Pekanbaru). *Jurnal Sains Matematika dan Statistika* , 30-39.

Setiawan, R., & Pramesti, G. (2018). Penggunaan Kriteria Karush-Kuhn-Tucker (KKT) Dalam Analisis Economic Order Quantity MOdel Inventori Dalam Permasalahan Rantai Pasok. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*, 327-332.

Yusufin, A. A., Nargis, N., & Nurlaili, E. (2019). Transaksi Jual Beli Melalui Jasa Go Food Dalam Perspektif Hukum Islam. *Pactum Law Journal* , 619-633.