PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN *PROBLEM POSING* UNTUK MENINGKATKAN PEMAHAMAN KONSEP TEORI BILANGAN BAGI MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA TAHUN AKADEMIK 2015/2016

[1]Yunita Septriana Anwar, [2]Abdillah, [3]Dewi Pramita

[1, 2, 3]Dosen Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Mataram
Email : na2_math@yahoo.com

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk untuk meningkatkan pemahaman konsep Teori Bilangan bagi mahasiswa program studi pendidikan matematika tahun akademik 2015/2016 FKIP UM Mataram. Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas yang dilaksanakan dalam dua siklus dan disesuaikan dengan cakupan materi Keterbagian pada matakuliah Teori Bilangan. Setiap siklus meliputi tahapan-tahapan kegiatan, yaitu perencanaan, pelaksanaan tindakan, observasi, evaluasi, dan refleksi. Subjek penelitian adalah mahasiswa semester satu berjumlah 20 mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan peningkatan hasil belajar dan aktivitas baik dalam kesiapan mahasiswa dalam mengikuti pembelajaran, proses diskusi, hingga mempresentasikan hasil kerja kelompoknya. Pada siklus I, rata-rata skor aktivitas sebesar 12,45 dengan kategori aktif dan siklus II rata-rata skor 13,35 dengan kategori aktif. Sedangkan hasil belajar pada siklus I diperoleh rata-rata kelas sebesar 68,75 dimana sebanyak 50% mahasiswa memperoleh nilai diatas 70. Pada siklus II terjadi peningkatan hasil belajar dengan rata-rata kelas sebesar 70,06 dimana sebanyak 66,67% mahasiswa memperoleh nilai diatas 70 meskipun nilai ini belum mencapai indikator keberhasilan yang ditetapkan. Ada beberapa faktor penyebab belum tercapainya indikator keberhasilan ini salah satunya keterbatasan waktu penelitian dan ada beberapa mahasiswa yang tidak hadir ketika evaluasi dilakukan.

Kata kunci : *Problem Posing*, Teori Bilangan, Keterbagian

I. PENDAHULUAN

Teori Bilangan merupakan salah satu matakuliah wajib dalam kurikulum program studi pendidikan matematika di seluruh perguruan tinggi di Indonesia. Teori Bilangan merupakan sebagai cabang matematika secara umum membahas bilangan dan sifat-sifatnya. Pengetahuan tentang Teori Bilangan sangat penting dalam kehidupan sehari-hari, terutama komputasi numerik, bidang ilmu komputer, dan algoritma komputasi (Sukirman, 2006). Teori Bilangan sering dijadikan hobi karena sifatnya menggali rasa ingin tahu serta melatih kecerdasan logika matematika. Lebih jauh konsep Teori Bilangan juga menjadi dasar dari pengembangan beberapa cabang matematika lain seperti kriptografi yang merupakan pengembangan dalam matematika terapan.

Dewasa ini pembelajaran Teori Bilangan yang dilaksanakan di program studi pendidikan Matematika FKIP UM Mataram masih belum mampu memfasilitasi mahasiswa untuk memahami konsep Teori Bilangan secara utuh. Umumnya, pada setiap pertemuan dosen menjelaskan definisi atau teorema, memberikan contoh-contoh yang berkaitan dengan definisi atau membuktikan teorema, memberikan latihan, dan di akhir pembelajaran dosen memberikan tugas. Mahasiswa umumnya kurang berani mengkomunikasikan gagasan-gagasan yang mereka miliki dan orientasi dosen lebih banyak tercurah pada target tercapainya materi perkuliahan. Ini mengakibatkan pembelajaran menjadi kurang bermakna dan konsep Teori Bilangan dipahami hanya sebagai hafalan. Hingga saat ini latihan keterampilan bernalar, memecahkan masalah, berkomunikasi, dan koneksi dalam matematika memang belum membudaya. Kebanyakan mahasiswa terbiasa melakukan kegiatan belajar dengan mendengarkan penjelasan dosen, menyalinnya, dan kemudian menghafalkannya.

Problem Posing merupakan suatu model pembelajaran yang menekankan pada kegiatan membentuk soal yang dilakukan oleh mahasiswa sendiri (Budiasih dan Kartini, 2002). Soal tersebut kemudian diupayakan untuk dicari jawabannya baik oleh individu maupun pihak lain seperti dosen ataupun mahasiswa yang lainnya. *Problem Posing* memberikan keleluasaan mahasiswa untuk belajar secara mandiri dengan merumuskan masalahnya sendiri dan menyelesaikan masalah yang diajukan. *Problem Posing* dapat pula dipahami sebagai perumusan ulang soal yang ada menjadi beberapa soal yang lebih sederhana agar mudah dipecahkan. Hal ini terjadi pada pemecahan soal yang rumit sehingga pengajuan soal merupakan salah satu langkah dalam rencana pemecahan soal. Sebagai contoh, misalkan mahasiswa diberikan soal: "Buktikan jika $(a,b) = d$, maka $d|(ax + by)$ untuk setiap bilangan-bilangan bulat x dan y". Untuk memecahkan permasalahan ini mahasiswa dapat diinstruksikan untuk membuat pertanyaan yang mengarah pada penyelesaian soal tersebut, misalkan "Apakah syarat dari $(a,b) = d$?", "Apakah berlaku $d|ax$ dan $d|ay$?", atau "Syarat apa yang harus dipenuhi agar $d|(ax + by)$?". Tipe *Problem Posing* ini disebut *within-solution posing* atau pengajuan di dalam solusi.

Salah satu kelebihan *Problem Posing* adalah dapat mendidik mahasiswa berpikir kritis, aktif dalam pembelajaran, serta melatih mahasiswa dalam menganalisis masalah matematika. Melalui jawaban yang didapatkan dari permasalahan mereka akan lebih memacu mahasiswa dalam menggali masalah dan mencari jawabannya sehingga diharapkan kemampuan mahasiswa dapat meningkat untuk memecahkan masalah tingkat lanjut. Oleh karena itu, akan dilakukan penelitian untuk menerapkan model pembelajaran *Problem Posing* untuk meningkatkan pemahaman konsep Teori Bilangan bagi mahasiswa program studi pendidikan matematika tahun akademik 2015/2016.

Permasalahan yang akan dikaji dan ditelaah dalam penelitian ini adalah "Bagaimana penerapan model pembelajaran *Problem Posing* dapat meningkatkan pemahaman konsep Teori Bilangan bagi mahasiswa program studi pendidikan matematika tahun akademik 2015/2016?".

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Tinjauan Matakuliah Teori Bilangan

Teori Bilangan merupakan salah satu dasar dalam matematika dengan himpunan semesta pembicaraan adalah semua himpunan semua bilangan bulat. Teori Bilangan telah menarik perhatian ilmuwan selama ribuan tahun, paling sedikit sejak 2500 tahun yang lalu. Awal kebangkitan Teori Bilangan modern dipelopori oleh Pierre de Fermat (1601-1665), Leonhard Euler (1707-1783), J.L. Lagrange (1735-1813), A.M. Legendre (1752-1833), Carl Friedrich Gauss (1777-1853), Dirichlet (1805-1859), Dedekind (1831-1916), Riemann (1826-1866), Giuseppe Peano (1858-1932), Poisson (1866-1962), dan Hadamard (1865-1963). Gauss sebagai salah satu pelopor Teori Bilangan begitu terpesona terhadap keindahan dan kecantikan Teori Bilangan, dan untuk melukiskannya Gauss menyebut Teori Bilangan sebagai *the quenn of Mathematics* (Muhsetyo, 1997).

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi dewasa ini sebetulnya mempunyai kaitan erat dengan perkembangan sistem numerasi, yaitu dalam hal menyatakan, menghubungkan dan mengoperasikan bilangan. Bilangan itu sendiri mewakili kuantitas yang merupakan hasil pengukuran, jumlah benda atau barang, nilai imbal atau tukar dari suatu transaksi, dan bentuk-bentuk kegiatan lain yang memerlukan bilangan sebagai alat komunikasi.

Topik-topik yang dibahas dalam Teori Bilangan meliputi keterbagian, faktorisasi bilangan bulat, kekongruenan, dan teorema Fermat dan Wilson. Penguasaan topik-topik ini akan sangat membantu mahasiswa dalam belajar aljabar khususnya yang berkaitan dengan aritmatika. Di samping itu, akan membantu juga dalam mempelajari bahasan dalam matematika seperti Struktur Aljabar (Teori Grup dan Ring) dan Aljabar Linier. Bahkan akhir-akhir ini Teori Bilangan diperluas penggunaannya dalam Kriptografi dan Ilmu Komputer.

B. *Problem Posing*

Problem Posing merupakan perumusan ulang soal yang ada menjadi beberapa soal yang lebih sederhana agar mudah dipecahkan (Suyatno, 2009). *Problem Posing* memberikan keleluasaan mahasiswa untuk belajar secara mandiri dengan merumuskan masalahnya sendiri dan menyelesaikan masalah yang diajukan. Silver dan Cai (1996) mengklasifikasikan *Problem Posing* menjadi: (1) pengajuan pre-solusi (*pre-solution posing*) dimana mahasiswa membuat soal dari situasi yang diadakan, (2) pengajuan didalam solusi (*within-solution posing*) dimana mahasiswa merumuskan ulang soal seperti yang telah diselesaikan sebagai penyederhanaan dari soal yang sedang diselesaikan, (3) pengajuan setelah solusi (*post-solution posing*) dimana mahasiswa memodifikasi tujuan atau kondisi soal yang sudah diselesaikan untuk membuat soal yang baru.

Kadir (2011) menjelaskan langkah-langkah pembelajaran dengan *Problem Posing* sebagai berikut:

1. Mahasiswa mendengarkan dan memperhatikan penjelasan dosen tentang materi perkuliahan.
2. Mahasiswa memperhatikan bagaimana cara membuat soal dan penyelesaiannya.
3. Mahasiswa menanyakan hal-hal yang dirasakan belum jelas.
4. Mahasiswa membuat soal sebanyak mungkin dari masalah yang diberikan dosen dan mempresentasikannya di depan kelas serta menyelesaikannya.
5. Mahasiswa membuat soal atau masalah kembali kemudian menukarkannya dengan mahasiswa yang lain dan menyelesaikannya.

Kemampuan mahasiswa dalam membuat soal dapat dilihat dari dua aspek, yaitu respon mahasiswa dan kesukaran soal. Respon siswa dapat dikelompokkan menjadi pertanyaan matematika, pertanyaan non matematika, dan pernyataan. Sedangkan tingkat kesukaran soal dikelompokkan berdasarkan struktur matematika (semantik) seperti dalam tabel berikut.

Tabel 1. Rubrik Penilaian Tes Tingkat Kemampuan Siswa Memecahkan Masalah secara Individu

No	Karakteristik Soal	Nilai
1.	**Kemampuan memahami masalah**	
	a. Kemampuan membuat soal	
	• Mahasiswa tidak membuat soal	0
	• Soal dapat dijawab langsung dari informasi yang diberikan dan soal dapat dijawab tanpa menggunakan langkah-langkah	1
	• Soal tidak dapat dijawab langsung dari informasi yang diberikan dan hanya diperlukan satu langkah penyelesaian untuk menjawab soal	2
	• Soal tidak dapat dijawab langsung dari informasi yang diberikan dan hanya diperlukan dua langkah penyelesaian untuk menjawab soal	3
	• Soal tidak dapat dijawab langsung dari informasi yang diberikan dan hanya diperlukan tiga langkah penyelesaian untuk menjawab soal	4
	• Soal tidak dapat dijawab langsung dari informasi yang diberikan dan hanya diperlukan empat atau lebih langkah penyelesaian untuk menjawab soal	5
	b. Kemampuan menjawab soal	
	• Mahasiswa tidak menulis hal yang diketahui dan ditanyakan	0
	• Mahasiswa hanya menulis hal yang diketahui namun tidak lengkap	1
	• Mahasiswa menulis hal yang diketahui secara lengkap	2
	• Mahasiswa hanya menulis hal yang ditanyakan namun tidak lengkap	1
	• Mahasiswa menulis hal yang ditanyakan secara lengkap	2
2.	**Kemampuan membuat rencana penyelesaian**	
	• Mahasiswa tidak mengubah soal kebentuk matematika atau menulis rumus	0
	• Mahasiswa dapat mengubah soal kedalam model matematika	1
	• Mahasiswa menuliskan rumus yang akan ditanyakan	1
3.	**Kemampuan melaksanakan rencana penyelesaian**	

	• Mahasiswa tidak mengganti variabel pada rumus dengan angka yang sesuai dan tidak melakukan pengerjaan operasi matematis selanjutnya	0
	• Mahasiswa mengganti variabel pada rumus dengan angka yang sesuai	1
	• Mahasiswa mengganti variabel pada rumus dengan angka yang sesuai beserta besarannya	2
	• Mahasiswa melakukan pengerjaan operasi matematis namun keliru dan tidak sampai pada hasil akhir	1
	• Mahasiswa melakukan pengerjaan operasi matematis secara benar namun tidak sampai pada hasil akhir	2
	• Mahasiswa melakukan pengerjaan operasi matematis secara benar dan sampai pada hasil akhir	3
4.	**Kemampuan mengembalikan jawaban kedalam konteks soal yang ditanyakan**	
	• Mahasiswa tidak menuliskan kesimpulan jawaban	0
	• Mahasiswa menuliskan kesimpulan jawaban namun kurang tepat	1
	• Mahasiswa menuliskan kesimpulan jawaban dengan benar	2
	Nilai Maksimal	18

Kelebihan dari *Problem Posing* adalah (1) dapat mendidik mahasiswa berpikir kritis dan aktif dalam pembelajaran, (2) perbedaan pendapat antara mahasiswa dapat diketahui sehingga mudah diarahkan pada diskusi yang sehat, (3) belajar menganalisis suatu masalah, (4) mendidik mahasiswa untuk percaya diri. Hariati (2011) mengungkapkan terdapat beberapa kekurangan dari *Problem Posing* yaitu: (1) tidak setiap pertanyaan yang diajukan oleh siswa merupakan suatu pertanyaan yang berbobot karena pertanyaan berkualitas tidak muncul begitu saja, (2) perlu waktu untuk belajar mengajukan pertanyaan yang baik, (3) untuk mengajukan suatu pertanyaan yang berkualitas perlu banyak latihan.

C. Hubungan *Problem Posing* dengan Pemahaman Konsep Teori Bilangan

Ketika mahasiswa membuat soal, mahasiswa sebelumnya harus memahami soal dengan baik. Mengingat soal yang dibuat harus diselesaikan, tentu mahasiswa akan berusaha untuk dapat membuat perencanaan penyelesaian yang dapat berupa pembuatan model matematika untuk kemudian menyelesaikannya.

Pemahaman konsep Teori Bilangan yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kemampuan mahasiswa dalam memecahkan soal atau membuktikan teorema dalam Teori Bilangan yang mengikuti tahapan: (a) memahami masalah yaitu mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal, (b) membuat rencana penyelesaian yang dapat berupa model matematika, (c) melaksanakan rencana penyelesaian sehingga mendapat jawaban dari soal tersebut, (d) mengembalikan jawaban kedalam konteks soal yang ditanyakan.

Dalam memecahkan soal atau membuktikan teorema dalam Teori Bilangan, pembuatan soal merupakan salah satu alternatif dalam menguatkan kemampuan pemecahan masalah Teori Bilangan dan *Problem Posing* dapat menjadi tolak ukur kemampuan mahasiswa dalam pemahaman konsep Teori Bilangan.

III. METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas (*classroom action research*). Penelitian tindakan kelas merupakan proses investigasi terkendali yang berdaur ulang dan bersifat reflektif mandiri yang dilakukan oleh dosen atau guru yang memiliki tujuan untuk melakukan perbaikan terhadap sistem, cara kerja, proses, isi, kompetensi, atau situasi pembelajaran (Susilo, 2009). Faktor-faktor yang diselidiki dalam penelitian ini meliputi faktor mahasiswa meliputi aktivitas dan pemahaman konsep mahasiswa dalam memecahkan masalah Teori Bilangan melalui penerapan *Problem Posing* dan faktor aktivitas dosen dalam keterlaksanaan pembelajaran melalui penerapan *Problem Posing* dalam pembelajaran.

Penelitian ini dilaksanakan dalam dua siklus disesuaikan dengan cakupan materi Keterbagian pada matakuliah Teori Bilangan. Setiap siklus meliputi tahapan-tahapan kegiatan, yaitu perencanaan, pelaksanaan tindakan, observasi, evaluasi, dan refleksi.

1. Perencanaan

Pada tahap perencanaan, peneliti melakukan kegiatan yang diperlukan untuk mendukung kelancaraan pelaksanaan penelitian, yaitu: menyusun RPP yang berbasis *Problem Posing*, menyusun lembar kerja mahasiswa (LKM) yang mendukung RPP, menyusun lembar observasi aktivitas mahasiswa dan dosen, dan menyusun soal evaluasi untuk tiap siklus penelitian.

2. Pelaksanaan Tindakan

Pada tahap pelaksanaan tindakan, peneliti melaksanakan pembelajaran berbasis *Problem Posing*. Kegiatan pembelajaran dilakukan dalam tiga siklus, dengan masing-masing siklus terdiri atas tiga pertemuan. Pada siklus I, materi yang dibahas adalah relasi keterbagian pada pertemuan pertama, kemudian evaluasi siklus I. Pada siklus II, materi yang dibahas adalah faktor persekutuan terbesar (FPB) dengan tindakan perbaikan yang dilakukan setelah refleksi dari siklus I. Pada siklus III, materi yang dibahas adalah kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dengan tindakan perbaikan yang dilakukan setelah refleksi dari siklus I dan II.

3. Tahap Observasi dan Evaluasi

Kegiatan observasi dilakukan selama berlangsungnya pembelajaran dikelas untuk mengetahui aktivitas mahasiswa dan dosen selama proses pembelajaran. Komponen pengamatan terhadap aktivitas dosen, meliputi sejauh mana prinsip-prinsip pembelajaran dengan *Problem Posing* diterapkan dalam proses pembelajaran. Sedangkan aktivitas mahasiswa bertujuan untuk mengetahui kesesuaian antara tindakan yang dilakukan dosen dengan aktivitas mahasiswa dalam pembelajaran dengan *Problem Posing*.

4. Tahap Refleksi

Pada tahap ini yang dilakukan adalah merefleksi tindakan yang telah dilakukan dengan melihat hasil observasi dan evaluasi untuk mengidentifikasi kekurangan yang ada dan menganalisisnya kemudian dilakukan langkah-langkah perbaikan pada siklus selanjutnya.

B. Analisis Data

1. Data Tingkat Pemahaman Konsep Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah Teori Bilangan

Setelah diperoleh data dari tes yang dilakukan, tingkat pemahaman mahasiswa dalam memecahkan masalah dalam Teori Bilangan dianalisis sebagai berikut:

$$KM = \frac{SM}{SIM} \times 100$$

dengan KM : skor kemampuan mahasiswa memecahkan masalah dalam skala 0 sampai dengan 100

SM : skor kemampuan pemecahan masalah mahasiswa

SIM : skor ideal kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

Sedangkan menentukan kemampuan mahasiswa memecahkan masalah secara klasikal sebagai berikut:

$$PKM = \frac{JK}{JS} \times 100\%$$

dengan PKM : kemampuan mahasiswa memecahkan masalah secara klasikal

JK : jumlah mahasiswa yang mendapatkan nilai ≥ 70

JS : jumlah mahasiswa.

2. Data Aktivitas Mahasiswa dan Dosen

Data aktivitas mahasiswa dianalisis dengan menilai setiap deskriptor dari setiap indikator aktivitas belajar, kemudian menentukan rata-rata skor aktivitas belajar mahasiswa dan dikonsultasikan dengan pedoman kategori aktivitas belajar sebagai berikut:

Tabel 2. Pedoman kategori aktivitas belajar

Interval	Kategori
$A \geq M_i + 1{,}5\ SDI$	Sangat aktif
$M_i + 0{,}5\ SDI \leq A < M_i + 1{,}5\ SDI$	Aktif
$M_i - 0{,}5\ SDI \leq A < M_i + 0{,}5\ SDI$	Cukup Aktif
$M_i - 1{,}5\ SDI \leq A < M_i - 0{,}5\ SDI$	Kurang Aktif

$A < M_i - 1{,}5\, SDI$	Sangat Kurang Aktif

C. Indikator Keberhasilan

Indikator keberhasilan dari penelitian ini adalah

a. aktivitas belajar mahasiswa dikatakan meningkat jika terjadi peningkatan rata-rata skor aktivitas untuk setiap siklusnya dan minimal berkategori aktif.

b. Pemahaman mahasiswa dalam memecahkan masalah Teori Bilangan meningkat hingga rata-rata skor kemampuan pemahaman pemecahan masalah mahasiswa lebih besar atau sama dengan 70 dan ketuntasan klasikal mencapai 70%.

IV. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

1. Pelaksanaan Tindakan Siklus I

a. Perencanaan

Perencanaan pada siklus I meliputi penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran, menyusun instrumen pembelajaran berbasis *Problem Posing*, menyiapkan tes untuk mengetahui tingkat kemampuan mahasiswa dalam pemecahan masalah, menyiapkan pedoman penilaian tes, menyiapkan lembar observasi aktivitas mahasiswa dan dosen.

b. Pelaksanaan

Pelaksanaan tindakan pada siklus I pertemuan pertama membahas mengenai definisi dan sifat-sifat dasar dalam keterbagian. Dosen membuka pelajaran dengan salam dan absensi, dosen juga memotivasi siswa dengan memberikan semangat. Selanjutnya dosen memberikan apersepsi dengan mengingatkan kembali mengenai sifat-sifat dasar dari himpunan bilangan bulat terhadap operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

Setelah apersepsi, dosen menanyakan kepada mahasiswa mengenai keterbagian dengan sisa dan tanpa sisa dalam bilangan bulat. Beberapa mahasiswa memberikan jawaban namun belum maksimal. Kemudian dosen mengklarifikasi jawaban mahasiswa dan memperkuat dengan menjelaskan definisi, notasi, dan sifat-sifat dasar keterbagian melalui slide presentasi yang telah dipersiapkan.

Setelah menyajikan informasi mengenai keterbagian, dengan bantuan slide presentasi dosen menginformasikan dengan singkat mengenai defínsi dan tahapan model *Problem Posing*. Dosen juga menjelaskan cara membuat soal dari situasi (teorema) seperti teorema berikut ini:

Teorema 1.: *Jika* $a|b$ *dan* $b|c$, *maka* $a|c$ *untuk setiap* $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Untuk membuktikan teorema ini, akan sangat membantu sekali jika dapat disederhanakan dengan menyusun pertanyaan-pertanyaan sederhana yang memudahkan mahasiswa dalam membuktikan teorema-teorema dalam keterbagian seperti beberapa pertanyaan berikut:

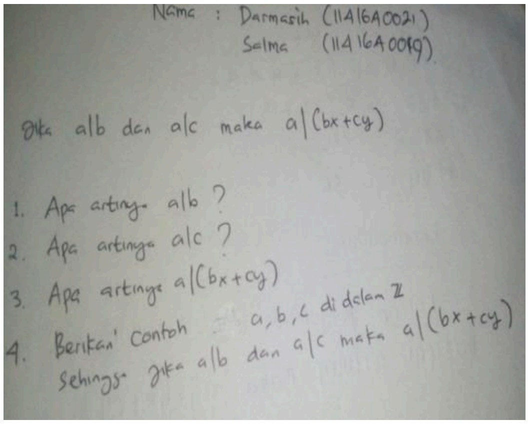
Pertanyaan: (1) Apa artinya $|b$? (2) Apa artinya $|c$? (3) Apa artinya $a|c$? (4) Bilangan bulat m yang mana sehingga c merupakan kelipatan ?

Jawaban: (1) Terdapat $k \in \mathbb{Z}$ sehingga $b = ak$, (2) Terdapat $n \in \mathbb{Z}$ sehingga $c = bn$, (3) Terdapat $m \in \mathbb{Z}$ sehingga $c = am$, (4) Karena $c = bn = (ak)n = a(kn) = am$ dengan $m = kn \in \mathbb{Z}$

Pembuktian dalam Teorema 1 sebagai berikut:

Bukti: Diberikan $a|b$ dan $b|c$. Ini berarti terdapat $k \in \mathbb{Z}$ sehingga $b = ak$, dan terdapat $n \in \mathbb{Z}$ sehingga $c = bn$. Akan ditunjukkan $a|c$, yaitu dengan menunjukkan terdapat $m \in \mathbb{Z}$ sehingga $c = am$. Perhatikan bahwa: $c = bn = (ak)n = a(kn) = am$ dengan $m = kn \in \mathbb{Z}$. Sehingga terdapat $m \in \mathbb{Z}$ sehingga $c = am$. Dengan kata lain $a|c$.

Untuk melihat kemampuan mahasiswa dalam membuktikan teorema-teorema dalam keterbagian, dosen membagi mahasiswa kedalam enam kelompok heterogen yang terdiri dari tiga sampai empat mahasiswa. Setiap kelompok diberikan lembar kerja mahasiswa (LKM) yang berisi satu teorema yang berbeda-beda setiap kelompoknya. Kemudian untuk membuktikan teorema yang diberikan, mahasiswa berdiskusi dengan temannya untuk menyusun langkah pembuktian dengan menyederhanakan teorema menjadi beberapa pertanyaan-pertanyaan sederhana yang membantu mahasiswa dalam membuktikan teorema seperti salah satu kelompok berikut:



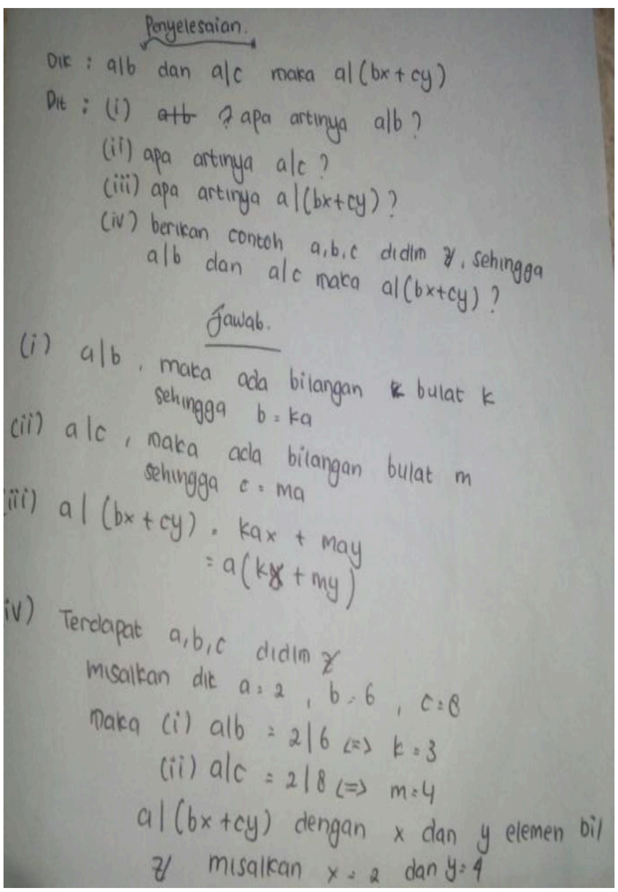
Nama : Darmasih (11416A0021)
Salma (11416A0019)

Jika $a|b$ dan $a|c$ maka $a|(bx+cy)$

1. Apa artinya $a|b$?
2. Apa artinya $a|c$?
3. Apa artinya $a|(bx+cy)$
4. Berikan contoh a,b,c di dalam $\mathbb{Z}$ sehingga jika $a|b$ dan $a|c$ maka $a|(bx+cy)$

Gambar 1.

Pada pertemuan kedua di siklus I, dosen menukar secara acak pertanyaan dari masing-masing kelompok. Setiap kelompok harus menjawab pertanyaan yang disusun oleh kelompok lain dan kemudian membuktian teorema berdasarkan pertanyaan yang disusun oleh kelompok yang lain, seperti berikut ini.



Penyelesaian.

Dik : $a|b$ dan $a|c$ maka $a|(bx+cy)$

Dit : (i) ~~a+b~~ ? apa artinya $a|b$?
(ii) apa artinya $a|c$?
(iii) apa artinya $a|(bx+cy)$?
(iv) berikan contoh a,b,c didlm $\mathbb{Z}$, sehingga $a|b$ dan $a|c$ maka $a|(bx+cy)$?

Jawab.

(i) $a|b$, maka ada bilangan bulat k sehingga $b = ka$

(ii) $a|c$, maka ada bilangan bulat m sehingga $c = ma$

(iii) $a|(bx+cy) = kax + may = a(kx + my)$

(iv) Terdapat a,b,c didlm $\mathbb{Z}$ misalkan dit $a=2$, $b=6$, $c=8$

Maka (i) $a|b = 2|6 \Leftrightarrow k=3$
(ii) $a|c = 2|8 \Leftrightarrow m=4$
$a|(bx+cy)$ dengan x dan y elemen bil $\mathbb{Z}$ misalkan $x=2$ dan $y=4$

Gambar 2.

Kemudian mahasiswa mempresentasikan hasil diskusi berupa jawaban-jawaban atas pertanyaan seputar teorema yang diperoleh dan kelompok yang lain memberi tanggapan berupa masukan maupun pertanyaan jika terdapat bagian pembuktian yang tidak dipahami. Dosen memberikan penguatan dan penegasan jawaban diakhir diskusi dan bersama menarik kesimpulan apa yang telah dipelajari.

c. Hasil Observasi

Hasil observasi aktivitas belajar mahasiswa siklus I disajikan pada tabel berikut:

Tabel 3. Hasil observasi aktivitas belajar mahasiswa siklus I

No	Indikator	Rata-Rata skor	
		Pert. 1	Pert. 2
1.	Kesiapan mahasiswa dalam mengikuti pembelajaran	2,0	2,3
2.	Aktivitas mahasiswa dalam apersepsi	2,0	2,0
3.	Aktivitas mahasiswa dalam mengerjakan LKM	2,0	2,0
4.	Aktivitas mahasiswa dalam membuat soal dan penyelesaiannya	2,3	2,3
5.	Aktivitas mahasiswa dalam mempersentasikan hasil kerja kelompok	2,0	2,0
6.	Partisipasi mahasiswa dalam menyimpulkan hasil belajar	2,0	2,0
	Jumlah skor pertemuan	12,3	12,6
	Rata-rata skor	12,45	
	Kategori aktivitas	Aktif	

d. Evaluasi

Evaluasi dilakukan pada 6 November 2015 dengan jumlah mahasiswa yang mengikuti tes adalah 19 orang dengan nilai tertinggi adalah 100 sedangkan nilai terendah adalah 37,5. Rata-rata kelas diperoleh sebesar 68,75 dimana sebanyak 50,0% mahasiswa memperoleh nilai diatas 70.

e. Refleksi

Proses pembelajaran mata kuliah Teori Bilangan pada siklus I difokuskan agar mahasiswa dapat memahami materi keterbagian dan mengaplikasikan sifat-sifat keterbagian dalam pembuktian teorema-teorema dalam keterbagian. Dari hasil pengamatan, dosen sudah menerapkan pembelajaran sesuai dengan langkah-langkah *Problem Posing*. Dari hasil tindakan yang sudah dilaksanakan, masih perlu adanya perbaikan-perbaikan sebagai berikut:

1. Dalam menjelaskan materi sebaiknya dosen memperkuat definisi dengan memberikan lebih banyak contoh-contoh yang relevan untuk menegaskan syarat-syarat keterbagian sehingga melekat dalam benak mahasiswa yang selanjutnya nanti banyak digunakan dalam pembuktian teorema lanjut dalam keterbagian.
2. Dalam penyusunan soal ketika membuktian teorema, mahasiswa terlebih dahulu harus memahami fakta apa yang diberikan dan apa yang akan dibuktikan dalam teorema, kemudian berdiskusi dengan teman sekelompoknya untuk menyusun pertanyaan-pertanyaan yang mengarah dalam pembuktian teorema.
3. Untuk LKM yang berisi teorema yang cukup kompleks, dosen sebaiknya menambahkan catatan-catatan kecil untuk membantu pembuktian teorema yang memanfaatkan teorema lain dalam pembuktiannya.

2. Pelaksanaan Tindakan Siklus II

a. Perencanaan

Perencanaan tindakan siklus II merupakan rancangan yang telah disusun berdasarkan hasil refleksi siklus I. Langkah-langkah perencanaan siklus II meliputi penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran, menyusun instrumen pembelajaran berbasis *Problem Posing*, menyiapkan tes untuk mengetahui tingkat kemampuan mahasiswa dalam pemecahan masalah, menyiapkan pedoman penilaian tes, menyiapkan lembar observasi aktivitas mahasiswa dan dosen.

b. Pelaksanaan

Pada siklus II membahas mengenai definisi dan sifat-sifat dalam faktor persekutuan terbesar (FPB) dan kelipatan persekutuan terkecil (KPK). Dosen membuka pelajaran dengan mengingatkan kembali definisi keterbagian dan beberapa teorema keterbagian yang nanti akan digunakan dalam pembuktian sifat-sifat dalam FPB dan KPK.

Selanjutnya, dosen menanyakan kepada mahasiswa mengenai FPB dan KPK yang telah dikenal semenjak di sekolah dasar. Beberapa mahasiswa masih mengingat dengan baik definisi FPB dan KPK. Kemudian dosen menegaskan jawaban mahasiswa dengan mengaitkan FPB dan KPK dengan keterbagian yang telah dipelajari sebelumnya. Dengan bantuan slide presentasi yang telah disusun, dosen menjelaskan definisi dan beberapa contoh FPB dan KPK dalam bilangan bulat.

Setelah menyajikan informasi mengenai FPB dan KPK, dosen kembali menjelaskan cara membuat soal dari beberapa teorema yang berhubungan dengan FPB dan KPK sebagai berikut ini:

Teorema 2.1: *Jika* $(a,b)=d$, *maka* $\left(\frac{a}{d},\frac{b}{d}\right)=1$ *untuk setiap* $a,b,c,d\in\mathbb{Z}$.

Untuk membuktikan teorema ini, disusun pertanyaan-pertanyaan sederhana yang memudahkan mahasiswa dalam proses pembuktian:

Pertanyaan: (1) Apa artinya $(a,b)=d$? (2) Apa artinya $\left(\frac{a}{d},\frac{b}{d}\right)=c$? (3) Jika cd merupakan faktor persekutuan dari a dan b sedangkan d merupakan faktor persekutuan terbesar dari a dan b, apa yang bisa disimpulkan dari cd dan d?

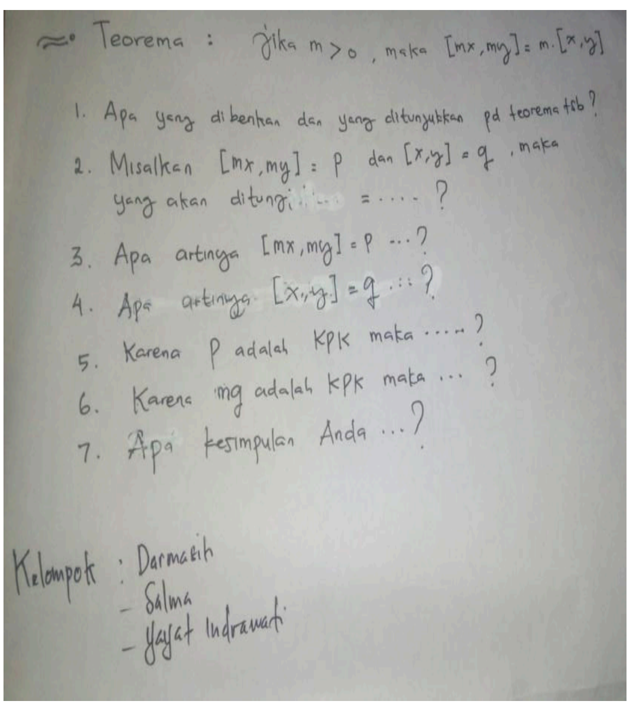
Jawaban: (1) Ini berarti $d|a$ dan $d|b$, jika terdapat c faktor persekutuan dari a dan b maka $c|d$, (2) Ini berarti $c|\frac{a}{d}$ dan $c|\frac{b}{d}$, jika terdapat e faktor persekutuan dari $\frac{a}{d}$ dan $\frac{b}{b}$ maka $e|c$, (3) diperoleh $cd|d$ atau terdapat $k\in\mathbb{Z}$ sehingga $d=cdk$.

Pembuktian dalam Teorema 2.1 sebagai berikut:

Bukti: Diberikan $(a,b)=d$. Akan ditunjukkan $\left(\frac{a}{d},\frac{b}{d}\right)=1$. Misalkan $\left(\frac{a}{d},\frac{b}{d}\right)=c$, dari definisi FPB berarti $c|\frac{a}{d}$ dan $c|\frac{b}{d}$.

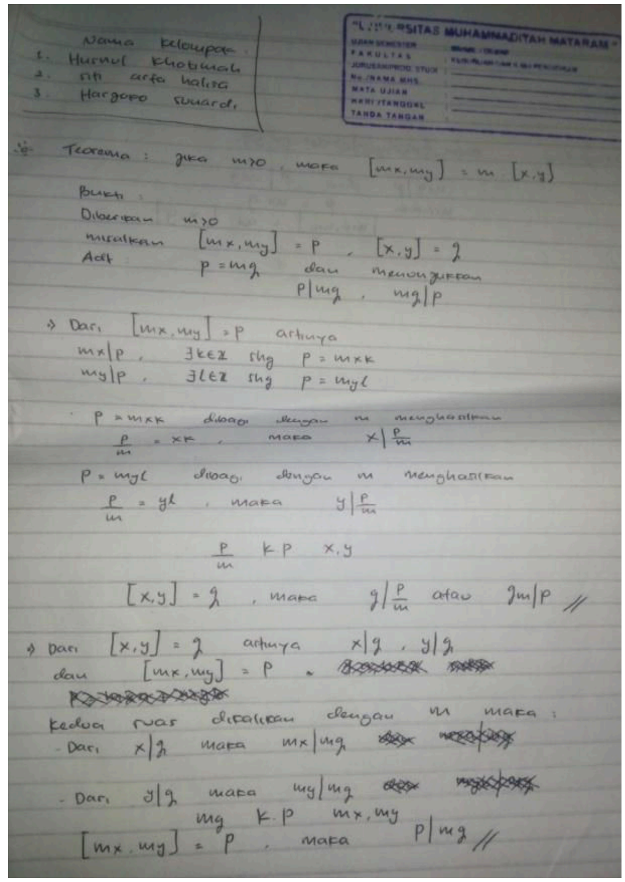
Karena $c|\frac{a}{d}$ maka terdapat $m \in \mathbb{Z}$ sehingga $\frac{a}{d} = cm$ atau $a = (cd)m$. Dengan cara yang sama terdapat $n \in \mathbb{Z}$ sehingga $\frac{b}{d} = cn$ atau $b = (cd)n$. Ini berakibat cd merupakan faktor persekutuan dari a dan b. Karena $(a, b) = d$, maka $cd|d$ yaitu terdapat $k \in \mathbb{Z}$ sehingga $d = (cd)k = (ck)d$. Sehingga haruslah $ck = 1$, mengingat $c = \left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right)$ maka $c = k = 1$. Dengan kata lain $\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = c = 1$ yang membuktikan teorema ini.

Untuk melihat kemampuan mahasiswa dalam membuktikan teorema-teorema dalam FPB dan KPK, dosen kembali membagi mahasiswa kedalam enam kelompok heterogen yang terdiri dari tiga sampai empat mahasiswa. Setiap kelompok diberikan lembar kerja mahasiswa (LKM) yang berisi satu teorema yang berbeda-beda setiap kelompoknya. Kemudian untuk membuktikan teorema yang diberikan, mahasiswa berdiskusi dengan temannya untuk menyusun langkah pembuktian dengan menyederhanakan teorema menjadi beberapa pertanyaan-pertanyaan sederhana yang membantu mahasiswa dalam membuktikan teorema, seperti salah satu kelompok berikut:


Teorema : Jika m > 0, maka [mx, my] = m.[x, y]
1. Apa yang diberikan dan yang ditunjukkan pd teorema tsb?
2. Misalkan [mx, my] = p dan [x, y] = q, maka yang akan ditunjuk... = ... ?
3. Apa artinya [mx, my] = p ...?
4. Apa artinya [x, y] = q ...?
5. Karena p adalah KPK maka .... ?
6. Karena mq adalah KPK maka ... ?
7. Apa kesimpulan Anda ...?
Kelompok : Darmatih
- Salma
- Yayat Indrawati

Gambar 3.

Jawaban yang diberikan oleh kelompok yang lain, seperti berikut ini.


Nama kelompok
Teorema : jika m>0, maka [mx, my] = m [x, y]
Bukti :
Diberikan m>0
misalkan [mx, my] = p , [x, y] = q
Adt p = mq dan menunjukkan p|mq , mq|p
Dari [mx, my] = p artinya
mx|p , ∃k∈Z shg p = mxk
my|p , ∃l∈Z shg p = myl
p = mxk dibagi dengan m menghasilkan
p/m = xk , maka x | p/m
p = myl dibagi dengan m menghasilkan
p/m = yl , maka y | p/m
p/m KP x, y
[x, y] = q , maka q | p/m atau qm|p
Dari [x, y] = q artinya x|q , y|q
dan [mx, my] = p
kedua ruas dikalikan dengan m maka :
Dari x|q maka mx|mq
Dari y|q maka my|mq
mq KP mx, my
[mx, my] = p , maka p|mq

Gambar 4.

Kemudian mahasiswa mempresentasikan hasil diskusi berupa jawaban-jawaban atas pertanyaan seputar teorema yang diperoleh dan kelompok yang lain memberi tanggapan berupa masukan maupun pertanyaan jika terdapat bagian pembuktian yang tidak dipahami. Dosen memberikan penguatan dan penegasan jawaban diakhir diskusi dan bersama menarik kesimpulan apa yang telah dipelajari.

c. Hasil Observasi

Hasil observasi aktivitas belajar mahasiswa siklus II disajikan pada tabel berikut:

Tabel 4. Hasil observasi aktivitas belajar mahasiswa siklus II

No	Indikator	Rata-Rata skor	
		Pert. 1	Pert. 2
1.	Kesiapan mahasiswa dalam mengikuti pembelajaran	2,3	2,3
2.	Aktivitas mahasiswa dalam apersepsi	2,0	2,3
3.	Aktivitas mahasiswa dalam mengerjakan LKM	2,3	2,3
4.	Aktivitas mahasiswa dalam membuat soal dan penyelesaiannya	2,3	2,3
5.	Aktivitas mahasiswa dalam mempersentasikan hasil kerja kelompok	2,0	2,3
6.	Partisipasi mahasiswa dalam menyimpulkan hasil belajar	2,0	2,3
Jumlah skor pertemuan		12,9	13,8
Rata-rata skor		13,35	
Kategori aktivitas		Aktif	

d. Hasil Evaluasi

Evaluasi dilakukan pada 11 November 2015 dengan jumlah mahasiswa yang mengikuti tes adalah 18 orang dengan nilai tertinggi adalah 100 sedangkan nilai terendah adalah 62,5. Rata-rata kelas diperoleh sebesar 70,06 dimana sebanyak 66,67% mahasiswa memperoleh nilai diatas 70.

e. Refleksi

Proses pembelajaran mata kuliah Teori Bilangan pada siklus II difokuskan agar mahasiswa dapat memahami materi faktor persekutuan terbesar (FPB) dan kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dan mengaplikasikan sifat-sifat FPB dan KPK dalam pembuktian teorema-teorema yang memuat sifat lanjut FPB dan KPK. Dari hasil pengamatan, dosen sudah menerapkan pembelajaran sesuai dengan langkah-langkah *Problem Posing*. Dari hasil yang dicapai pada siklus II terjadi peningkatan aktivitas dan hasil belajar tetapi belum mencapai indikator keberhasilan yang diharapkan. Karena semua siklus telah dilaksanakan maka penelitian dihentikan di siklus II walaupun masih belum mencapai indikator keberhasilan.

B. Pembahasan

Indikator ketercapaian dalam penelitian ini adalah peningkatan aktivitas dan hasil belajar berupa pemahaman mahasiswa dalam memecahkan masalah Teori Bilangan. Aktivitas belajar mahasiswa dikatakan meningkat jika terjadi peningkatan rata-rata skor aktivitas untuk setiap siklusnya dan minimal berkategori aktif. Sedangkan untuk pemahaman mahasiswa dalam memecahkan masalah Teori Bilangan ditetapkan lebih besar atau sama dengan 70 dan ketuntasan klasikal mencapai 70%. Nilai ini diambil berdasarkan hasil observasi pra tindakan yang dilakukan dosen pada matakuliah sebelumnya dan juga mempertimbangkan referensi dan fasilitas pembelajaran yang tersedia.

Dari pelaksanaan tindakan pada siklus I dan II menunjukkan peningkatan hasil belajar dan aktivitas baik dalam kesiapan mahasiswa dalam mengikuti pembelajaran, proses diskusi, hingga mempresentasikan hasil kerja kelompoknya. Pada siklus I, rata-rata skor aktivitas sebesar 12,45 dengan kategori aktif. Pada siklus II terjadi peningkatan aktivitas dimana rata-rata skor 13,35 dengan kategori aktif. Sedangkan hasil belajar pada siklus I diperoleh rata-rata kelas sebesar 68,75 dimana sebanyak 50% mahasiswa memperoleh nilai diatas 70. Pada siklus II terjadi peningkatan hasil belajar dengan rata-rata kelas sebesar 70,06 dimana sebanyak 66,67% mahasiswa memperoleh nilai diatas 70 meskipun nilai ini belum mencapai indikator keberhasilan yang ditetapkan.

Penerapan model *Problem Posing* pada materi keterbagian sebenarnya cukup dapat memberikan peningkatan aktivitas dan hasil belajar mahasiswa. Secara individu, mahasiswa mulai belajar mengkomunikasikan ide atau pendapatnya ketika merancang soal. Pada proses merancang soal sebagai tahapan *Problem Posing*, mahasiswa diharuskan memahami permasalah terlebih dahulu sebelum membentuk soal. Dalam memahami masalah mahasiswa menjadi terbiasa membaca kembali referensi yang diberikan sehingga definisi dan sifat-sifat dasar keterbagian tertanam dengan baik dalam pikiran mereka sehingga mahasiswa dapat membentuk soal berdasarkan permasalahan yang diberikan. Ini diperlukan mengingat Teori Bilangan pada dasarnya membahas mengenai konsep bilangan bulat yang termuat dalam definsi dan teorema-teorema. Pada tahap evaluasi siklus II terdapat dua orang mahasiswa yang tidak dapat hadir dikarenakan sakit dan juga dikarenakan keterbatasan waktu dalam penelitian ini, dosen belum bisa melakukan evaluasi susulan untuk kedua mahasiswa tersebut sehingga penelitian ini belum dapat mencapai indikator keberhasilan yang telah ditetapkan.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Penerapan *Problem Posing* masih belum dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah dalam Teori Bilangan dimana pada siklus I, rata-rata skor aktivitas sebesar 12,45 dengan kategori aktif dan meningkat pada siklus II sebesar 13,35 dengan kategori aktif. Sedangkan hasil belajar pada siklus I diperoleh rata-rata kelas sebesar 68,75 dimana sebanyak 50% mahasiswa memperoleh nilai diatas 70. Pada siklus II terjadi peningkatan hasil belajar dengan rata-rata kelas sebesar 70,06 dimana sebanyak 66,67% mahasiswa memperoleh nilai diatas 70 dimana nilai ini belum mencapai indikator keberhasilan yang ditetapkan. Ada beberapa faktor penyebab belum tercapainya indikator keberhasilan ini salah satunya keterbatasan waktu penelitian dan ada beberapa mahasiswa yang tidak hadir ketika evaluasi dilakukan.

B. Saran

Untuk dapat membuat soal dan menjawab pembuktian teorema diperlukan latihan yang lebih banyak dengan memberikan porsi waktu yang cukup untuk menerapkan model *Problem Posing*.

DAFTAR PUSTAKA

Budiasih, E. & Kartini. 2002. *Penerapan Pendekatan Problem Posing (Pembentukan Soal) pada Topik Perhitungan Kimia di Kelas II SMU Cawu I*. Proceeding National Science Education Seminar Malang: JICA-IMSTEP.

Kadir. 2011. *Implementasi Pendekatan Pembelajaran Problem Posing dan Pengaruhnya Terhadap Hasil Belajar Matematika*. Jurnal Pendidikan dan Kebudayaan, 17(2).

Muhsetyo, Gatot. 1997. *Teori Bilangan*. Jakarta : PGSM.

Silver, E. & Cai, J. 1996. *An Analysis of Aritmatic Problem Posing by Middle School Students*. Journal for Research In Mathematics Education, V.27.

Sudjana. 1996. *Metode Statistik*. Bandung : Tarsito.

Sukirman. 2006. *Pengantar Teori Bilangan*. Yogyakarta : Adhi Publisher.

Susilo, H., dkk. 2009. *Penelitian Tindakan Kelas.* Bayumedia: Malang.

Suyatno. 2009. *Menjelajah Pembelajaran Inovatif*. Sidoarjo: Masmedia Buana Pustaka.